nóema
Rivista online di filosofia

ISSN 2239-5474 n. 16 (2025)

doi: 10.54103/2239-5474/29916 Contributi

MATEMATICA E SCRITTURA DIGITALE DEL MONDO

Raffaele Marco Carbone

ORCID: 0000-0003-0692-6149

Ricercatore indipendente

Contacts: raffaelemac.92@gmail.com

Abstract

Nel contesto dell'odierna trascrizione del mondo per mezzo delle tecnologie digitali, il presente testo si propone di indagarne le condizioni e le possibilità a partire da una genealogia del pensiero formale che ha portato alla scrittura matematica del concetto di «limite». Nella prima parte si mostra, secondo una prospettiva storica, il contributo decisivo alla rivoluzione scientifica dei saperi e della tecnica apportato dalla scrittura formale del limite come mediazione operativa tra finito e infinito. Nella seconda parte lo sguardo viene ampliato a un orizzonte che lega antico e moderno, a partire dalla questione degli incommensurabili, mostrando come il concetto di limite sia paradigmatico della modalità con cui la scrittura matematica si pone sulla frontiera del visibile e del conosciuto, frequentando i confini delle mappe del sapere finora tracciate. Nella terza parte si indaga la peculiarità della scrittura digitale del mondo come prodotto emblematico di tale tradizione.

Parole chiave: Filosofia della matematica, Linguaggio, Filosofia del digitale, Intelligenza Artificiale, Genealogia dei concetti matematici, Numero, Pensiero formale, Algebra, Leibniz, Infinito, Limite, Rivoluzione scientifica.

Mathematics and Digital Writing of the World

In the context of the current transcription of the world through digital technologies, this essay aims to investigate its conditions and possibilities by means of a genealogy of the formal thought that has enabled a mathematical writing of the concept of "limit". In the first part, we show from an historical perspective the contribution of the formal writing of the limit to the operational mediation between finite and infinite as a decisive

Published online: 19/11/2025

Milano University Press

condition for the scientific revolution of knowledge and technology. In the second part, the gaze is broadened to a horizon that links ancient and modern, reconnecting to the problem of incommensurables, showing how the concept of limit is a paradigm of the way in which mathematical writing places itself on the frontier of the visible and the known, forcing the boundaries of the maps of knowledges traced so far. In the third part, the peculiarity of the digital writing of the world is investigated as an emblematic product of this tradition of formal writing.

Keywords: Philosophy of Mathematics, Languages, Philosophy of Digital, Artificial Intelligence, Genealogy of Mathematical Concepts, Number, Formal Thought, Algebra, Leibniz, Infinite, Limit, Scientific Revolution.

> *Ogni linguaggio non è altro che un'algebra, dove i segni che si ripetono sono le parole, le quali hanno relazioni in virtù dei significati ad esse associati.*
>
> (C. S. Peirce)

«Che cosa può un numero?»: domanda oggi decisiva, di fronte alla sempre maggiore pervasività della tecnica digitale nel nostro tempo; dall'intelligenza artificiale ai *Big Data*, tutto si presta a essere trascritto, elaborato, ridotto o amplificato grazie al potere del numero e alla mediazione del supporto informatico. Se la domanda può facilmente essere letta con tono spregiativo – secondo l'idea per cui la scrittura matematica del mondo sarebbe sempre e solo una mera «riduzione» –, essa assume oggi accenti nuovi, non privi di «timore e tremore», di fronte a un avanzamento tecnologico avvertito talvolta come inarrestabile e frenetico, sfuggente rispetto ai ritmi e ai tempi di apprendimento dei corpi (tanto sociali quanto individuali): motivo per cui tale incremento delle capacità di trascrizione-scrittura del mondo apre problemi inediti, di fronte a cui lo stesso sapere filosofico fatica talvolta a prendere parola. Lo vediamo anche nella preoccupazione diffusa verso i nuovi sistemi linguistici di intelligenza artificiale: il pensiero della loro adozione su larga scala, della conseguente delega a essi di compiti socialmente rilevanti, e della necessità di una sempre maggiore interazione con essi, produce una sensazione di spaesamento, di "diminuzione"o di "perdita" dell'esperienza specificamente umana.

Eppure, propriamente umana è anche la stessa capacità di produrre il sapere matematico che ha permesso il sorgere recente della tecnica digitale. Cosa c'è, quindi, dietro a questa preoccupazione? Che significato ha, e come porsi di fronte a essa? Come scrive B. Stiegler[1], la scrittura digitale del mondo deve essere compresa come lo sviluppo di un processo di «grammatizzazione»: questo concetto, elaborato dal linguista Sylvan Auroux, è stato ripreso dal filosofo francese per indicare «ogni processo tecnico che permette di rendere discreti (nel senso matematico) i flussi comportamentali» (ovvero «ciò attraverso cui vengono espresse o impresse le esperienze degli esseri umani») e di «riprodurli». La tecnica digitale «costituisce l'ultimo stadio della scrittura» e abilita proprio per questo un «sistema globale di pubblicazione ed editorializzazione contributiva» il quale, «come lo era la scrittura ai tempi di Socrate», così oggi «è per noi un *pharmakon*: può sia condurre alla distruzione dello spirito che alla sua rinascita».

In questo intreccio tra tecnica digitale e scrittura, si tratta allora, partendo da questa nostra posizione, di frequentare nuovamente quel sapere matematico che, nella tradizione occidentale, ha faticosamente pensato la nozione di *numero* secondo prospettive molteplici, implicate storicamente nel divenire della tecnicizzazione; in particolare, un tornante decisivo in questo percorso è stato l'elaborazione del concetto di *limite*, oggetto del presente saggio. In quanto matematico, offro una lettura che fa eco alle letture filosofiche del mio ambito di competenza, sperando che le implicazioni di questo breve contributo possano essere approfondite e discusse anche negli ambiti specialistici di riferimento.

1. Forme del limite tra Rinascimento e prima modernità

Secondo la celebre definizione proposta da Alexandre Koyre, la rivoluzione scientifica – intesa come l'emergenza e lo straordinario sviluppo della scienza moderna dal XV al XVII secolo – si caratterizza per due passaggi concettuali fondamentali: l'abbandono della prospettiva del «cosmo chiuso» in favore di quella dell'«universo infinito», e la sostituzione del mondo «della qualità e delle percezioni sensibili» con il mondo «della quantità e della geometria reificata»[2]. Al cuore di queste trasformazioni c'è una transizione tecnico-concettuale in cui la matematica europea di quei secoli gioca un ruolo decisivo. Si pensi allo sforzo della scuola francese, rappresentata da Francois Viète (1540-1603), René Descartes (1596-1650) e Pierre Fermat (1607-1665), nell'affermare l'autonomia e la priorità epistemologica della matematica (*mathesis universalis*) rispetto ai procedimenti di pensiero mutuati dalla tradizione della filosofia naturale. Questa autonomia – ben diversa dall'autonomia, allora splendida e isolata, dell'antico e immutabile *corpus* eucli-

[1] B. Stiegler, *L'*Aufklärung *nell'epoca dell'ingegneria filosofica*, in Id., *Il chiaroscuro della rete*, a cura di P. Vignola, Youcanprint, Lecce 2014.

[2] A. Koyré, *Newtonian Studies*, Cambridge (MA), Harvard University Press, 1965; trad. it. a cura di P. Galluzzi, *Studi newtoniani*, Einaudi, Torino 1983, p. 26.

deo – è conquistata con grande «fatica»[3] esibendo il carattere *previsionale* del *metodo delle coordinate* cartesiano: esso è in grado di prevedere a priori le tappe del calcolo e la natura dei risultati di un problema geometrico dato, grazie a una forma algebrica che, pur rimanendo non dissociata dal «pensiero», non richiede più necessariamente una realizzazione geometrica per essere conclusa correttamente.

Il portato decisivo di questa evoluzione della pratica matematica, che unì indissolubilmente e in profondità forme algebriche e forme geometriche, può essere osservato prendendo in esame il modo in cui viene sviluppata nei decenni a cavallo di tale scoperta la trattazione dei problemi relativi al moto. Si tratta di problemi sottili, ben noti, sintetizzati in quegli anni da B. Pascal (1623-1662) in un breve passo del suo trattato *Lo spirito geometrico* (1658). Scrive Pascal:

> Per quanto veloce sia un movimento, se ne può concepire uno che lo sia di più, e accelerare ancora quest'ultimo; e così sempre all'infinito, senza mai giungere a uno che sia tale che non vi si possa aggiungere nulla. E, al contrario, per quanto lento sia un movimento, lo si può ritardare ancora, e ancora lo si può fare con quest'ultimo; e così all'infinito, senza mai giungere a un tale grado di lentezza che escluda di poter arrivare a una infinità di altri gradi, senza cadere nel riposo[4].

Si tratta cioè della possibilità di pensare l'inizio e l'evoluzione continua del moto, descrivendolo matematicamente; la difficoltà immediata, nel trattare questi problemi, è quella di avere subito a che fare con l'infinito. Solo pochi decenni prima rispetto alla svolta della scuola francese, gli stessi problemi erano stati indagati da Galileo Galilei (1564-1642), nel corso dei numerosi esperimenti mentali offerti nelle sue trattazioni[5]. Il linguaggio di Galileo, ancorato alla prosa latina e al sillogismo, a detta degli storici era ancora «drammaticamente inadeguato»[6], incapace di trattare in modo efficace i paradossi che era interessato a sciogliere. I «caratteri» della «lingua matematica» che Galileo conosce per leggere il «Libro della natura» sono «triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche»[7]: oggetti di visione e soggetti di dimostrazione, ma non di calcolo, almeno senza lo strumentario algebrico cartesiano. La tecnica di calcolo più avanzata di cui si può servire Galileo è in-

[3] J. Dhombres, *Calcoli e forme d'invenzione nella matematica francese del Seicento*, in C. Bartocci, P. Odifreddi (a cura di), *La matematica. Vol. 1: I luoghi e i tempi*, Einaudi, Bologna 2007, p. 283.

[4] B. Pascal, *De l'Esprit géométrique et de l'Art de persuader*, 1657, cit. in. M. Blay, *Infinito e matematizzazione del moto nel Seicento*, in Bartocci-Odifreddi, *La matematica. Vol. 1*, cit., p. 364.

[5] M. Blay, *Infinito e matematizzazione del moto nel Seicento*, in Bartocci-Odifreddi, *La matematica. Vol. 1*, cit., p. 364.

[6] P. D. Napolitani, *Il Rinascimento italiano*, in Bartocci-Odifreddi, *La matematica. Vol. 1*, cit., p. 276.

[7] G. Galilei, *Il Saggiatore* (1623), in Id., *Opere*, a cura di A. Favaro, ed. Giunti-Barbera, Firenze 1966, vol. VI, p. 232.

fatti la teoria archimedea delle proporzioni, incapace ad esempio di operare con il concetto di quantità infinitesima che sarà invece centrale per dedurre la legge oraria del moto in caduta[8]. Il passaggio dal *cosmo finito* all'*universo infinito*, e dalla *qualità* alla *quantità*, era alle porte, ma il mondo *linguistico* del Rinascimento italiano era ancora troppo legato al rigido paradigma classico per poter produrre i sorprendenti risultati che sarebbero arrivati invece pochi decenni dopo.

La svolta, come accennato, avvenne invece nella seconda metà del Seicento. Il linguaggio cinematico usato da Pascal, frutto già degli sforzi concettuali compiuti da Galileo, riformulava di fatto gli antichi problemi relativi alla natura del moto e alla mediazione tra *essere* e *divenire* noti già al pensiero greco, come testimoniato dai due celebri paradossi fatti risalire a Zenone. Entrambi riguardano, seppur in modo differente, l'infinito, secondo la classica distinzione tra infinito *attuale* e *potenziale* proposta nella *Fisica* di Aristotele (IV sec. a.C.). Qui sono individuati due tipi di procedimenti non finiti: il primo è quello proprio dell'atto mentale del contare, per il quale è ammessa la possibilità di procedere in modo graduale per accrescimento, senza mai incontrare un termine (infinito *potenziale*); il secondo è quello proprio dell'atto di considerare le infinite suddivisioni applicabili a un segmento, o i punti in esso contenuti, i quali sebbene racchiusi in uno spazio limitato sono una quantità tale da non poter essere nemmeno elencati seguendo una disposizione progressiva, per quanto infinita. Questa infinità è definita da Aristotele *attuale*: essa ovvero è *presente*, e non soltanto possibile; *compiuta*, e non soltanto non completabile; *esaurita* e non soltanto inesauribile[9]. La nuova scrittura matematica, inaugurata dai lavori di Viète, Cartesio e Fermat, offriva la possibilità di affrontare con maggiore chiarezza e rigore gli scogli dell'infinito attuale e potenziale, che all'interno del linguaggio tradizionale non sembravano afferrabili chiaramente. Con l'ausilio della nuova scrittura sembrava possibile formulare quelle idee *chiare e distinte* con cui, dando attuazione all'ideale cartesiano, l'impresa scientifica poteva raggiungere e attraversare le colonne d'Ercole della finitezza, per lasciarle definitivamente alle spalle.

Per quanto riguarda l'infinito *attuale*, i primi grandi risultati arrivarono già nella seconda metà del XVII secolo, quando il nuovo simbolismo iniziò a rendere possibili i ragionamenti di Newton su «fluenti» e «flussioni» e la formulazione da parte di Leibniz di un vero e proprio linguaggio algebrico in cui era possibile operare con le stesse quantità infinitesime[10]. Isaac Newton (1643-1727), nel *De*

---

8 P. D. Napolitani, *Il Rinascimento italiano*, in Bartocci-Odifreddi, *La matematica. Vol. 1*, cit., pp. 276-277.

9 Una trattazione accessibile del problema è magistralmente offerta in L. L. Radice, *L'infinito. Itinerari filosofici e matematici d'un concetto di base,* Editori Riuniti, Roma 2014.

10 G. W. von Leibniz, *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec*

methodis serierum et fluxionum (1671), fu il primo ad adottare il formalismo cartesiano per descrivere le variazioni continue di una quantità nel tempo in termini interamente algebrici. In primo luogo, usando ingegnosamente i risultati noti sullo sviluppo del binomio $(1+a)^n$ ed estendendo tale calcolo ad ogni esponente reale (teorema binomiale generale), egli riuscì per primo a calcolare gli sviluppi infiniti in serie di potenze di complesse funzioni trigonometriche frequentemente usate nella descrizione del moto (seno, coseno, tangente), ottenendo per ciascuna di esse uno sviluppo della forma:

$$y = ax^{n} + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots$$

In secondo luogo, Newton notò l'analogia, tanto semplice quanto ancora inosservata, di tali sviluppi in serie con la nota scomposizione dei numeri in potenze decimali:

$$\mathrm{N} = a \cdot 10^{n} + b \cdot 10^{n-1} + c \cdot 10^{n-2} + \dots$$

per cui ad esempio 1462 si scompone in $1 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$. Questa analogia fece intuire a Newton la possibilità di effettuare operazioni tra le funzioni analitiche (da lui chiamate «variabili») allo stesso modo con cui si svolgono le operazioni tra numeri decimali, come scrive egli stesso:

> Dal momento che le operazioni di calcolo con i numeri e con le variabili sono molto simili [...] sono sorpreso che non sia ancora capitato a nessuno [...] di adottare alle variabili la teoria stabilita di recente per i numeri decimali, soprattutto tenuto conto del fatto che la via è ora spianata verso conseguenze ancora più stupefacenti [...]. Le nuove operazioni di addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione ed estrazione di radice possono essere facilmente ottenute da una rilettura delle corrispondenti operazioni aritmetiche[11].

Tale semplice quanto fondamentale intuizione, resa possibile dall'uso delle variabili cartesiane nella descrizione delle funzioni del moto, portò Newton a sviluppi straordinari relativamente al calcolo delle tangenti e delle aree sottostanti a tali funzioni scomponibili. Qui siamo davanti a una pratica squisitamente matematica, nella quale la parziale analogia e sovrapposizione tra alcuni procedimenti formali in ambiti differenti suggerisce l'estensione di altri procedimenti da un ambito all'altro, in cui finora non erano stati considerati. Questi procedimenti

---

fractae nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus, in *Acta Eruditorum*, Günther, Lipsia 1684; I. Newton, *Philosophia naturalis principia mathematica*, Societatis Regiae ac typis Josephi Streater, Londra 1687.

11 I. Newton, *De methodis serierum et fluxionum*, 1670, cit. in J. Stillwell, *Il teorema fondamentale del calcolo*, in C. Bartocci, P. Odifreddi (a cura di), *La matematica. Vol. 2: Problemi e teoremi*, Einaudi, Bologna 2007, p. 108.

nel secondo ambito aprono a nuovi sviluppi, e quindi all'elaborazione di nuove idee e intuizioni sulla natura e il funzionamento del fenomeno studiato: in questo caso, il rapporto tra spazio e tempo nella dinamica dei corpi solidi.

Negli stessi anni, Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716) giungeva a risultati analogamente sorprendenti grazie all'invenzione di un metodo e un simbolismo generali per il calcolo delle tangenti e delle aree; per fare ciò, egli introdusse il concetto di funzione, la notazione di incremento infinitesimo (*dx*) e di integrale (la celebre 'S' allungata), insieme alle regole per differenziare la somma, il prodotto e il quoziente di funzioni usate ancora oggi nel calcolo. I lavori paralleli di Newton e Leibniz, il primo fecondo di risultati pratici nelle scienze fisiche, il secondo più strutturato teoricamente e simbolicamente, segnarono la nascita del calcolo integro-differenziale e infinitesimale, nel quale il programma di matematizzazione deterministica della natura iniziato da Galileo trovò finalmente un linguaggio capace di simbolizzare e frequentare operativamente la soglia tra discreto e continuo, così come gradualmente era stata vista e immaginata agli «estremi» dell'esperienza tecnico-linguistica del tardo Rinascimento. Tra gli autori del suo tempo, Leibniz è stato tra coloro che hanno dedicato maggiore attenzione alla riflessione sul ruolo dei segni matematici per la riuscita dell'impresa scientifica. Egli, pur rimanendo per certi versi ancorato alla tradizionale concezione *strumentale* del ruolo dei segni nel ragionamento, è stato tra i primi pensatori moderni a riconoscere in essi un elemento essenziale e costitutivo del pensiero stesso[12]. Tale consapevolezza è stata probabilmente maturata proprio a partire dagli straordinari risultati matematici che, ottenuti manipolando le nuove forme algebriche, avevano destato nello stesso Leibniz una profonda meraviglia; così scrive per esempio nella lettera indirizzata a Tschirnaus (1678):

> Eseguo questo calcolo [infinitesimale] mediante certi nuovi segni di meravigliosa comodità […]. Nei segni va considerata la comodità in funzione dello scoprire, la quale è massima quando con poco esprimono e quasi ritraggono la natura intima della cosa, poiché così diminuisce mirabilmente la fatica del pensare. Tali sono invero i segni di cui mi valgo[13].

In un'altra lettera, indirizzata al marchese De L'Hospital, nota invece con orgoglio:

> Uno dei segreti dell'analisi [l'uso di forme algebriche applicato a problemi di natura geometrica, *ndr*] consiste nella caratteristica, cioè nell'arte di usare abilmente i segni disponibili; e lei osserverà, signore, dal piccolo

[12] Si veda ad esempio F. Bellucci, *Peirce, Leibniz, and the Threshold of Pragmatism*, «SEMIOTICA», 193, 2013, pp. 331-355.

[13] G. W. von Leibniz, *Scritti di logica*, trad. it. a cura di F. Barone, Zanichelli, Bologna 1968, p. 464.

> allegato [sulle determinanti], che Viéte e Cartesio non ne hanno conosciuti tutti i misteri[14].

Per quanto invece riguarda l'infinito *potenziale*, ben presto le considerazioni sugli infinitesimi e gli indivisibili portarono i matematici a interrogarsi nuovamente attorno alla natura delle somme infinite, formalizzando in termini moderni il quesito posto anticamente da Zenone. Secondo il celebre esempio della freccia che viaggia verso un bersaglio, infatti, il moto rettilineo di un corpo tra due punti nello spazio a una distanza data può essere dissezionato in distanze via via sempre più piccole (metà della distanza, poi un quarto, poi un ottavo, e così via…) al punto da ottenere una conclusione paradossale: la distanza complessiva percorsa dovrebbe risultare pari al risultato di una somma infinita di distanze finite. In termini matematici, cioè, significa osservare – e quindi spiegarsi in che modo sia possibile – che la successione infinita delle somme:

$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$
…

possa convergere a un risultato finito, ovvero la distanza totale percorsa tra i due punti. Il problema di definire correttamente il risultato di una catena di operazioni infinite fu progressivamente risolto grazie al genio della scuola che, da Leibniz fino a Cantor (1845-1918), giunse a definire un *operatore* in grado di «esaurire» l'infinito e domarlo formalmente. Il XIX secolo vide cioè affermarsi la centralità del concetto di limite, introdotto nella prima metà del secolo da Bolzano (1781-1848), Cauchy (1789-1857) e Weierstrass (1815-1897), come chiave di volta della nuova Analisi matematica. Tale concetto permise una soddisfacente sistemazione dei risultati di Newton e Leibniz, a lungo contestati a motivo della natura ambigua del concetto di infinitesimo, portando a una riformulazione dettagliata e sintetica del quadro disegnato dai due padri fondatori. Da lì a poco, nella seconda metà del secolo, sopraggiunsero i lavori di Cantor e Dedekind (1831-1916), grazie ai quali venne infine formalizzato il concetto stesso di *numero reale* come

[14] Id., *Lettera al marchese De L'Hospital*, 28 aprile 1693. Traduzione nostra dall'originale in lingua francese edito in *Leibnizens matematische Schriften*, Verlag von A. Asher & Comp., Berlin 1850, p. 240 e consultabile presso la Biblioteca Nazionale di Francia in Id., *Leibnizens gesammelte Werke*, volume 3, II (ed. diversi, 1843-1863). Risorsa elettronica reperibile all'indirizzo [https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k111371d/f242.double.r], consultato il [29/09/2025]. «*Une parlie du secret de l'analyse consiste dans la caracteristique, c'est à dire dans l'art de bien employer les notes dont on se serl, et vous voyés, Monsieur, par ce petit echantillon, que Viete el Descartes n'en ont pas encor connu tous les mystere*». Il termine *caratteristica* si riferisce qui allo svolgimento di ragionamenti tramite la semplice manipolazione di simboli formali (*caratteri*), secondo l'idea centrale del programma logico-matematico di Leibniz.

elemento di separazione (o taglio) dell'insieme dei numeri razionali identificabile tramite una coppia di classi contingue: concretamente, definire un numero reale significa esibire l'insieme di tutti i numeri razionali minori o maggiori di esso. Per esempio, secondo questa definizione, il numero √2 coincide con la suddivisione insiemistica di tutti i numeri razionali in due classi: quelli il cui quadrato è minore di due, e quelli il cui quadrato è maggiore di due. Alternativamente, è possibile definire lo stesso numero reale come *limite* di due sequenze di numeri razionali, che si avvicinano ad esso inferiormente e superiormente. Ad esempio, il numero reale √2 può essere definito alternativamente esibendo due successioni che approssimino tale quantità da sopra o da sotto; per esempio, basterà considerare le successioni di numeri razionali $\{ a_n \}$ e $\{ b_n \}$ costruite partendo da $a_1 = 1$ e $b_1 = 2$, i cui quadrati sono rispettivamente 1 (minore di 2) e 4 (maggiore di 2), e proseguendo iterativamente aggiungendo ad ogni passo una cifra decimale in più, scegliendo per a_n la più alta cifra possibile tale che il quadrato del numero ottenuto ad ogni passaggio non superi 2, e per b_n la successiva:

$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	→	$a_1 = 1$	$b_1 = 2$
$1{,}4^2 = 1{,}96$	$1{,}5^2 = 2{,}25$	→	$a_2 = 1{,}4$	$b_2 = 1{,}5$
$1{,}41^2 = 1{,}9881$	$1{,}42^2 = 2{,}0164$	→	$a_3 = 1{,}41$	$b_3 = 1{,}42$
$1{,}414^2 = 1{,}...$	$1{,}415^2 = 2{,}...$	→	$a_4 = 1{,}414$	$b_4 = 1{,}415$
$1{,}414...^2 = 1{,}...$	$1{,}414...^2 = 2{,}...$	→	$a_5 = 1{,}414...$	$b_5 = 1{,}414...$

Estendendo questa costruzione all'infinito si ottengono due successioni che si avvicinano indefinitamente, senza mai toccarsi, in quanto per costruzione vige una relazione di ordine:

$$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < \dots a_n < \dots < b_n \dots < b_4 < b_3 < b_2 < b_1 \, .$$

Dalla metrica definita sui numeri razionali segue che le due sequenze hanno limite finito e coincidente; esse dunque convergono, dal basso e dall'alto, verso un unico punto limite α:

$$\alpha = \lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} b_n$$

che risulta essere anche l'elemento di separazione delle due successioni, trovandosi precisamente nel mezzo:

$$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < \dots < \alpha < \dots < b_4 < b_3 < b_2 < b_1 \, .$$

Questo punto di separazione non appartiene all'insieme dei numeri razionali finora noti; il formalismo del limite lo lega tuttavia a essi operativamente e sintatticamente. Ad esempio, è possibile estendere ad α il significato di alcune operazioni, come l'elevamento al quadrato, definendo il quadrato di α come l'elemento di separazione delle successioni dei quadrati di numeri razionali $\{ a_n^2 \}$ e $\{ b_n^2 \}$:

$$a_1^2 < a_2^2 < a_3^2 < a_4^2 < \ldots < \alpha^2 < \ldots < b_4^2 < b_3^2 < b_2^2 < b_1^2$$

Poiché le successioni $\{ a_n^2 \}$ e $\{ b_n^2 \}$ convergono a 2 per costruzione, concludiamo che $\alpha^2 = 2$. Il limite α ha quindi un preciso significato matematico, in quanto è possibile definire formalmente il comportamento di tale simbolo in relazione a tutti i simboli matematici con cui interagiscono i numeri già noti. Possiamo allora considerarlo una quantità, il cui quadrato è pari a 2; ovvero, α "è" $\sqrt{2}$, non più *alogon,* ma a tutti gli effetti *numero*.

La ripresa dell'interesse attorno all'infinito potenziale e illimitato – all'interno di una scrittura matematica capace di onorare in modo nuovo questioni tanto antiche – aprì anche strade inedite relativamente al problema della quantificazione e della verità degli enunciati. Il problema è testimoniato ancora da Galileo nel *Dialogo sopra massimi sistemi* (1632):

> L'intendere [umano] si può pigliare in due modi, cioè *intensive* o vero *extensive*: e che *extensive*, cioè quanto alla moltitudine degli intelligibili, che sono infiniti, l'intender umano è come nullo, quando bene egli intendesse mille proposizioni, perché mille rispetto all'infinità è come uno zero; ma pigliando l'intendere *intensive*, in quanto cotal termine importa intensivamente, cioè perfettamente, alcuna proposizione, di che l'intelletto umano ne intende alcune così perfettamente, e ne ha così assoluta certezza, quanto se n'abbia l'istessa natura; e tali sono le scienze matematiche pure, cioè la geometria e l'aritmetica, delle quali l'intelletto divino ne sa bene infinite proposizioni di più, perché le sa tutte, ma di quelle poche intese dall'intelletto umano credo che la cognizione agguagli la divina nella certezza obiettiva, poiché arriva a comprenderne la necessità, sopra la quale non par che possa esser sicurezza maggiore[15].

Vediamo che, nel pensiero di Galileo, sembra non esserci alcuna possibilità di composizione tra l'infinità degli intelligibili e la conoscenza umana finita; non si dà alcuna mediazione tra finito e infinito, se non (per intensità, e non per estensione) nella certezza della geometria e dell'aritmetica, in cui il metodo assiomatico permette di accedere a conoscenze assolutamente certe. Solo pochi decenni dopo, Leibniz espose nella *Dissertatio de arte combinatoria* l'ingegnoso sistema simbolico entro cui il problema poteva trovare nuove possibilità di risoluzione: scomponendo ogni concetto in concetti atomici più semplici, *completi* in sé stessi,

[15] G. Galilei, *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, 1632, in Id., *Opere*, a cura di A. Favaro, ed. Giunti-Barbera, Firenze 1933, pp. 128-129.

e individuando le regole per la deduzione logica delle proposizioni (*ars combinatoria*), sarebbe stato possibile sviluppare una vera e propria arte della scoperta (*ars inveniendi*) con cui ordinare e numerare tutti gli enunciati possibili e *calcolarne* il valore di verità, partendo da quelli più elementari, fino a ottenere quelli via via più complessi per combinazione. Tali strumenti, uniti agli argomenti squisitamente metafisici elaborati nella sua monadologia (secondo la quale ogni ente può essere identificato a livello logico con l'insieme degli enunciati veri a esso relativi), permisero a Leibniz di immaginare la soglia tra «essenza» ed «esistenza» come regolata da un vero e proprio "meccanismo metafisico" indagabile non solo teoreticamente tramite la riflessione filosofica e teologica, ma anche operativamente tramite la quantificazione e il calcolo delle probabilità. Una volta infatti considerato idealmente tramite l'arte combinatoria l'universo di tutti i possibili enunciati relativi a tutti i possibili enti, avvalendosi del principio degli indiscernibili è possibile determinare l'universo dei "mondi possibili" (le «infinite combinazioni di possibili»[16]): si tratta dell'insieme di tutti mondi, descritti da quelle combinazioni di valori di verità dei singoli enunciati primitivi, tali per cui i valori di verità assegnati a enunciati tra loro logicamente correlati non diano luogo a contraddizioni. A partire da questo presupposto è possibile elaborare il concetto di probabilità: poiché ogni combinazione possibile di valori di verità tende all'esistenza, ma solo quella che produce il più alto grado di realtà e perfezione («quantità d'essenza»[17]) la raggiunge, per scommettere sulla verità di un enunciato sarà sufficiente scomporlo in una combinazione di enunciati elementari, e quantificare quindi quanto la combinazione di tali enunciati risulti favorevole all'interno dell'universo dei mondi possibili, imitando lo stesso calcolo della *mathesis* divina che governa il meccanismo metafisico. La scrittura logico-matematica introdotta da Leibniz avvia la riflessione attorno alla possibilità di adottare un linguaggio capace di destreggiarsi operativamente tra la finitezza dell'insieme delle conoscenze umane, apprese tramite l'esperienza, e l'infinità del sapere proprio di Dio – a cui l'uomo può partecipare soltanto attraverso la conoscenza degli enunciati *necessari* indagati dalle scienze pure (come la matematica o la filosofia) –, esplorando estensivamente lo spazio intermedio che si trova sul limite immaginario tra l'essere e il divenire, la soglia della *possibilità*. Su queste assunzioni, Leibniz riprende le osservazioni sul gioco d'azzardo già sviluppate nel carteggio tra Pascal e Fermat (1654) e, nel celebre passo in cui illustra l'arte caratteristica da lui inventata, mostra in che modo essa permetta di immaginare una teoria della quantificazione dei gradi di probabilità:

16 G. W. von Leibniz, *De origini radicali rerum*, 1697, trad. it. a cura di D. O. Bianca, *Sull'origine radicale delle cose* in Id., *Scritti filosofici. Volume I*, UTET, Torino 1967, p. 219.

17 *Ibidem.*

> Le controversie non finirebbero mai [...] se non ci riportassimo dai ragionamenti complicati ai calcoli semplici, dai vocaboli di significato vago e incerto ai caratteri determinati [...]. Una volta fatto ciò, quando sorgeranno delle controversie, non ci sarà maggior bisogno di discussione tra due filosofi di quanto ce ne sia tra due calcolatori. Sarà sufficiente, infatti, che essi prendano la penna in mano, si siedano a tavolino, e si dicano reciprocamente (chiamato, se loro piace, un amico): *calcoliamo* [...]. Quando il problema non è determinato o non è esprimibile in base ai dati, proveremo allora, con quest'analisi, l'una o l'altra di queste due possibilità: o ci approssimeremo all'infinito a ciò che è cercato, oppure, quando occorra far uso di congetture, determineremo almeno con la ragione dimostrativa quel grado di probabilità che si può ottenere dai dati, e sapremo in quale modo le circostanze date debbano venir calcolate, e possano per così dire esser ridotte in un bilancio, pari per le entrate e per le uscite, in modo da scegliere ciò che sia maggiormente conforme alla ragione. Sebbene nel far ciò possiamo, talvolta, ingannarci, allo stesso modo di colui che pur conosce perfettamente i giuochi d'azzardo in cui ha parte anche la ragione, tuttavia faremo quello che la ragione comanda, e nella maggior parte dei casi conseguiremo quanto si desiderava, al modo dei bravi giocatori e costruttori della propria sorte, che, come si dice proverbialmente, sono cercati dalle palle e dai dadi. E giudicheremo ciò che non solo è più verosimile ma che è anche più sicuro, e in quale misura convenga comprare la speranza, pagandone il prezzo o il pericolo. E certamente nulla di più grande può richiedersi alla ragione umana. Pertanto, tra le altre cose, io costruisco una parte della logica fino ad ora quasi non toccata, concernente la valutazione dei gradi di probabilità e la bilancia delle prove, delle previsioni, delle congetture e degli indizi [...]. E per finire, se l'invenzione del telescopio e del microscopio ha recato tanta luce alla conoscenza della natura, è facile comprendere quanto ne debba fornire questo nuovo organo, dal quale lo stesso occhio della mente verrà potenziato per quanto è in potere della natura umana.[18]

Così, di fronte al labirinto dell'infinito potenziale, illimitato e catastrofico, sembra farsi strada l'idea di poter di *misurare la probabilità* di un evento, operando all'interno di un formalismo sufficientemente astratto grazie al quale gli enunciati che descrivono un evento possibile sono riconducibili a una combinazione di enunciati elementari, corrispondenti a loro volta a eventi che è possibile assumere come equiprobabili. Ben oltre le note intenzioni dello stesso Leibniz, è qui segnato il passaggio da un sapere fondato su ragionamenti qualitativi (legati, per esempio, alle finalità e alle intenzioni dell'agire divino, o all'individuazione di leggi immutabili grazie al «lume» della ragione) a una scienza fondata su ragionamenti quantitativi, che permettono di orientarsi tra le verità possibili. Secondo Leibniz l'arte caratteristica, forma eccellente di scrittura algebrico-matematica del mondo, è il «nuovo organo» che permette di immaginare tale quantificazione; il progetto da

[18] G. W. von Leibniz, *De arte combinatoria*, 1685-92, trad. it. *Sulla scienza universale o calcolo filosofico. Sulla caratteristica* in Id., *Scritti di logica*, cit., pp. 237-239 (passim).

lui abbozzato si realizzerà poi nei secoli successivi grazie ai lavori di Bernoulli, De Moivre, Laplace e altri, fino alla sua sistematizzazione nel Novecento con il lavoro di Kolmogorov, come teoria della misura in uno spazio di eventi. Anche in questo caso, nella mediazione con l'infinito, il ruolo della scrittura formale algebrica è fondamentale. Se solo pochi decenni prima Pascal aveva definito la nascente teoria della probabilità una «geometria del caso»[19], senza potersi spingere molto oltre le pur geniali intuizioni riguardo alle probabilità di vittoria nel gioco dei dadi, le nuove forme logico-algebriche permettono a Leibniz di sviluppare quelle «considerazioni matematiche» con cui ripensare in termini operativamente nuovi la questione del rapporto tra necessità e contingenza, così come quello tra certezza e incertezza, che con gli strumenti sillogistico-dimostrativi della pura tradizione geometrica risultavano inaccessibili[20]. L'enumerazione simbolico-operativa degli infiniti possibili sposta anche la soglia operativa del mondo: il possibile, l'incerto e l'indeterminato, esperienze "limite" per il mondo antico, ma ora coperte da *rischio calcolato*, possono diventare oggetto di previsione, di scambio, di trattativa, di anticipazione; di *mediazione* e quantificazione, appunto. Ciò che si trovava "al limite" entra a pieno titolo "nel mezzo" delle contrattazioni operative nella produzione del quotidiano e del sapere. Se gli strumenti del calcolo infinitesimale da Newton in poi rendono possibile la scrittura delle leggi deterministiche nel campo delle cosiddette *hard sciences* (fisica, chimica, ecc…), il calcolo delle probabilità è diventato presto lo strumento imprescindibile per tutte le scienze odierne, le quali fanno affidamento non solo sull'assunzione di leggi esatte, verificabili (o falsificabili) tramite l'esperimento, ma altresì sull'individuazione di leggi probabilistiche fondate su un'euristica del possibile. Tramite le applicazioni offerte dalla statistica, esso è quindi alla base delle moderne teorie economiche, sociali e finanziarie, della fisica quantistica e, infine, delle intelligenze artificiali.

In entrambi i casi, nei problemi relativi all'infinito attuale o all'infinito potenziale, la svolta fu debitrice di un'adeguata scrittura matematica, all'interno della quale divenne finalmente possibile formulare in modo chiaro procedimenti e relazioni in cui sono coinvolti quantità infinite o infinitesime, e quindi le operazioni

[19] In una delle lettere indirizzate da B. Pascal al cavalier de Méré (1654): «Unendo il rigore delle dimostrazioni della scienza all'incertezza della sorte, e conciliando queste due cose in apparenza contraddittorie, [la teoria delle probabilità] può, traendo il suo nome dalle due, arrogarsi a buon diritto questo titolo stupefacente: *La geometria del caso*» (cit. in L. Accardi, *Probabilità*, in Bartocci-Odifreddi, *La matematica. Vol. 2*, cit., p. 794).

[20] Così si esprime Leibniz nello scritto *De libertate, contingentia et serie causarum, providentia*, datato 1689: «*Vetustissima generis humani dubitatio est, quomodo libertas et contingentia, cum serie causarum, et providentia stare possint [...]. Tandem nova quaedam atque inexpectata lux oborta est unde minime sperabam; ex considerationibus scilicet Mathematicis de natura infiniti. Duo sunt nimirum Labyrinthi Humanae Mentis, unus circa compositionem continui, alter circa naturam libertatis, qui ex eodem infiniti fonte oriuntur*» (in G. W. von Leibniz, *Sämtliche Werke*, Akademie Ausgabe, Darmstadt-Berlin 1923, vol. VI, 4, pp. 1653-1654).

di passaggio al limite. Come illustrato dal matematico Luigi Borzacchini, autore di un imponente studio sulla storia del pensiero formale in Europa, protagonista fu proprio la pratica del formalismo algebrico, sviluppatasi a partire dal Seicento come un sistema di simboli manipolabili e calcolabili al pari dei numeri naturali.

> Il nuovo linguaggio simbolico permise di parlare – tramite la misura – di uguaglianza anche negli eventi reali, e quindi di esperimento "ripetibile sotto identiche condizioni". Il calcolo differenziale fu il linguaggio algebrico con cui la nuova forma simbolica riuscì a dare una rappresentazione sintattica al divenire della realtà fisica, e per far questo dovette darsi una sintassi capace di disinnescare tutti gli antichi paradossi del "labirinto del continuo"[21].

Il procedimento di pensiero sintattico e *automatico* introdotto dalla nuova scrittura matematica del mondo permise di accedere a nuove pratiche di mediazione tra *finito* e *infinito*, tra *discreto* e *continuo*, tra *essere* e *divenire*, che ridisegnano i confini del mondo e del sapere. Come prosegue Borzacchini:

> Il dissolversi della forma logica ontologica e sostanzialista antica e medievale coincide con la *nascita della forma logica meccanicista e relazionale* della nuova scienza; assistiamo alla nascita della forma simbolica fondata sul *linguaggio algebrico simbolico* e sul *numero reale*, che appariranno quasi improvvisamente all'inizio del Seicento, riassumendo e sostituendo la forma simbolica medievale basata sul latino, sul libro e l'analisi dei testi [...]. La nascita del linguaggio algebrico e del numero reale è qualcosa più di un emblema efficace o di semplici strumenti di un cambiamento d'epoca: hanno un ruolo cruciale i *segni*, che si caratterizzano solo per i rapporti sintattici e le procedure nelle quali e con le quali vengono manipolati. E la loro interpretazione resta sempre estrinseca: [...] il segno si "svuota" completamente di ogni senso intrinseco, di ogni storia, significato o residuo. Solo il *segno vuoto* può fondare la scienza sintattica, facendosi linguaggio formale. Ed esso è il segreto motore dell'esperimento, della quantificazione degli osservabili in fisica, del meccanicismo[22].

Forse più del canocchiale di Galileo, la scrittura matematica del limite ha insomma contribuito in modo decisivo all'"apertura" del cosmo chiuso, permettendo di esplorare regioni del sapere fino a quel momento precluse dallo spettro dell'*horror infiniti*. L'algebra si avviava a diventare una vera e propria «scienza dei simboli e delle loro combinazioni costruite sulla base delle sue regole, che possono essere applicate sia all'aritmetica sia a tutte le altre scienze per mezzo di interpretazioni»[23]; la rivoluzione scientifica è stata parente stretta di questa catastrofe epistemologica.

---

[21] L. Borzacchini, *Il senso dell'algebra, L'origine del linguaggio scientifico universale*, Edizioni Dedalo, Bari 2021, p. 106.

[22] Ivi, p. 160.

[23] Secondo la definizione data da G. Peacock nel 1833, cit. in G. Lolli, *Matematica come narrazione*, Il Mulino, Bologna 2018, p. 124.

2. Misura e incommensurabilità

Il numero, segno matematico per eccellenza, è in effetti incaricato fin dalle sue origini della mediazione tra finito e infinito. Come sintetizza efficacemente Paolo Zellini nel suo classico *Breve storia dell'infinito*:

> Il numero, *aritmos*, sinonimo di misura e armonia (*aritmos* e armonia hanno la stessa radice) è come una pausa, o un punto di mediazione tra il limite e l'illimitato; è il dono prometeico (Prometeo è da Eschilo chiamato "padre del numero") che garantisce all'uomo la possibilità di un'esistenza stabile e ordinata, sottraendolo a un acrobatico e rischioso equilibrio tra l'assoluta unità e l'assoluta molteplicità[24].

La problematicità epistemologica di tale mediazione è altrettanto nota fin dall'antichità, almeno a partire dalla scoperta del problema delle grandezze incommensurabili, quali sono il lato di un quadrato e la sua diagonale, fatta risalire storicamente a Ippaso (V-IV sec. a.C.)[25]. Dato un quadrato il cui lato abbia lunghezza unitaria, infatti, la lunghezza della sua diagonale non può essere messa in rapporto numerico con il lato usando alcuna frazione finita di esso (per esempio, il doppio, o i cinque terzi del lato); in altri termini, nonostante sia possibile approssimare indefinitamente lo stesso rapporto per eccesso e per difetto, non è mai possibile esprimerlo numericamente in modo esatto, nemmeno ricorrendo a una qualche tipo di periodicità. Questa proprietà può essere anche espressa dicendo che non esiste alcun segmento, per quanto piccolo, che misuri (cioè, sia contenuto un numero esatto di volte) in modo preciso entrambe le grandezze; ragione per cui tali quantità erano definite anche *alogoi*, in quanto prive di una misura comune. La gravità di questa scoperta non riguarda solo il regno della geometria euclidea, ma anche quello dell'aritmetica pitagorica; infatti, il problema di trovare il rapporto tra la diagonale di un quadrato e il suo lato è matematicamente equivalente a quello di commisurare l'unità (l'uno) al molteplice (il due) tramite un numero mediano x, il quale deve necessariamente risultare pari alla soluzione della seguente proporzione continua:

$$1 : x = x : 2.$$

La dimostrazione dell'impossibilità di esprimere tale rapporto in termini finiti è il più antico esempio di dimostrazione per assurdo, in cui si mostra che la possibile esistenza del rapporto numerico desiderato conduce necessariamente a una o

24 P. Zellini, *Breve storia dell'infinito*, Adelphi, Milano 1980, p. 25.

25 Per semplicità di esposizione, mi soffermo sul problema dell'incommensurabilità del lato del quadrato con la sua diagonale, sebbene storicamente risulti più antica la scoperta analoga dell'incommensurabilità della sezione aurea, riscontrabile nello studio dei pentagoni equilateri. Cfr. L. Boyer, *Storia della matematica*, Mondadori, Milano 2023, p. 86.

più conseguenze contraddittorie con alcuni risultati fondamentali dell'aritmetica (come per esempio la suddivisione dei numeri interi in pari e dispari), e su questa base deve essere pertanto rifiutato. La pratica del misurare si trovò dunque di fronte a una sfida decisamente nuova, che implicava in modo necessario la considerazione della dialettica e del pensiero formale. Secondo Gaetano Chiurazzi, «la scoperta delle grandezze incommensurabili» per il pensiero antico ha comportato un «passaggio: dalla logica della denominazione a quella del giudizio, dall'enumerazione alla sintesi, dal positivo al negativo (inteso come apparizione di una differenza irriducibile), dalla realtà alla possibilità». Così scrive in *Dynamis*:

> A una metafisica dell'essere positivo, di ciò che quindi è attuale e nominabile, sostanziale, discreto, e quindi aritmetizzabile (cioè computabile), l'incommensurabile "aggiunge" una dimensione non positiva, una sorta di non-essere che è piuttosto l'essere della differenza (o l'essere in quanto differenza) [...]. In quanto limiti di una certa forma di razionalità, quella intellettuale, le grandezze incommensurabili spingono, secondo un movimento che necessariamente conduce a una diversa modalità operativa, verso una diversa configurazione della realtà e della ragione[26].

Secondo Chiurazzi, le grandezze incommensurabili stesse si trovano dunque al «limite» di una forma storica di razionalità e la loro scoperta impose il suo superamento. La dottrina pitagorica associava infatti indissolubilmente «numero» e «visione»; le grandezze incommensurabili potevano invece essere «viste», ma non espresse numericamente all'interno della scrittura aritmetica allora nota. Si tratta allora di accedere a una nuova «dimensione», che sembra essere visibile come da lontano, ma non è ancora esplorabile all'interno della scrittura matematica di cui si dispone. L'accesso a questa dimensione richiese quindi l'introduzione di nuovi segni, il cui statuto formale di numeri sarebbe risultato a lungo controverso. Le quantità irrazionali erano infatti strutturalmente impermeabili alle regole tradizionali del calcolo aritmetico espresse nelle operazioni di somma, sottrazione, moltiplicazione e divisione, interamente fondate sull'enumerazione e sulla *reductio ad unum*. I segni necessari per indicare tali quantità erano quindi inizialmente pure notazioni grafiche, prive di legame operativo con i segni usati per denotare le quantità aritmetiche già note. Ecco perché, come spiega Imre Toth:

> il nome, o il segno [2*, 1], non è una parola del linguaggio dei *logoi*, ma vi è inesprimibile, non è affatto un linguaggio, non un *logos* ma un *alogon*, un mero incomprensibile rumore, un segno grafico che non indica nulla. Se [2*, 1] fosse davvero una cosa nel mondo della *ratio* pitagorica, potrebbe esservi presente solo come un'assurda *ratio* irrazionale. Lì, la

[26] G. Chiurazzi, *Dynamis. Ontologia dell'incommensurabile*, Guerini Scientifica, Milano 2017, pp. 15, 23, 99 (passim).

> stessa espressione composta nell'idioma di un linguaggio naturale è già, nel migliore dei casi, un retorico ossimoro, anzi, piuttosto, un'evidente e mal sopportabile *contradictio in adjecto*: e da qui risulta chiaro che [2*, 1] è il segno tipografico di un logos impossibile[27].

Dalla scoperta degli incommensurabili inizia quindi una storia in cui venne progressivamente rivisto in profondità l'intero sistema assiomatico sottostante i concetti di numero e di grandezza, in modo tale da comprendere e accettare il significato matematico di tali segni grafici, atti a rappresentare quelli che Leibniz ancora chiamava «*numeris surdis*»[28] (lett. «numeri sordi»). Solo il formalismo (di elaborata semplicità) del *passaggio al limite*, frutto di tale percorso, permette di considerare il rapporto tra diagonale e lato di un quadrato un vero e proprio *numero*, "aggirando" l'incommensurabilità grazie alle regole di manipolazione formale. La definizione di numero irrazionale come limite è infatti ciò che permette di effettuare calcoli con tali quantità in modo consistente, dando pieno significato alle operazioni matematiche che li coinvolgono. Si rende quindi possibile considerare anche le quantità irrazionali, veri e propri infiniti in atto, come numeri le cui cifre possono essere calcolate con precisione sempre maggiore, seppure mai in modo definitivo, avendo però sotto controllo l'errore intrinseco a ogni approssimazione; tali quantità, altrimenti inesprimibili in termini positivi, possono assumere piena dignità numerica e manipolabilità *tecnica*, aprendo così la strada alla loro gestione da parte dei calcolatori. Da questa prospettiva, il concetto di limite è emblematico della modalità con cui la scrittura matematica del mondo si pone sulla frontiera del visibile e del conosciuto, formulando segni che tentano di dare *scrittura* e *misura* a ciò che si trova ai confini delle mappe del sapere finora tracciate. La potenza dei segni in questa costruzione è tale che R. Dedekind parla della definizione dei numeri irrazionali come di una «creazione»: «Ogni qual volta si dia una sezione non determinata da un numero razionale noi creiamo un nuovo numero, un numero irrazionale»[29]. Analogamente P. Florenskij, descrivendo entusiasticamente la riorganizzazione della teoria degli infiniti operata da Cantor, parla del concetto di numero irrazionale come di «un oggetto assolutamente nuovo del pensiero», impresso sulla «materia innocua» dei «simboli razionali» grazie a uno «stacco», un «salto»:

---

27 I. Toth, *Aristotele e i fondamenti assiomatici della geometria,* Vita e Pensiero, Milano 1997, p. 232. Toth utilizza il simbolo [2*,1] per indicare quella grandezza che elevata al quadrato dà 2, ossia, con i simboli moderni, √2.

28 G. W. von Leibniz, *Origo veritatum contingentium*, 1689, in Id., *Sämtliche Werke*, cit., p. 1660.

29 J. W. R. Dedekind, *Continuità e numeri irrazionali*, 1892, in Id., *Scritti sui fondamenti della matematica*, trad. it. a cura di F. Gana, Bibliopolis, Napoli 1972, pp. 71-72.

> Bisognava immettere un'idea nuova, l'idea dell'infinito attuale (cioè sintetico) e sua mercé creare, per mezzo di un particolare atto creativo dello spirito, un ente mentale completamente nuovo: l'irrazionale [...]. Bisogna superare l'autosoddisfazione del raziocinio, spezzare il cerchio magico dei suoi concetti finiti, uscire in un ambiente nuovo che è quello del transfinito, inaccessibile alla ragione e ai suoi occhi assurdo. Ecco l'eroismo della ragione aritmetica[30].

Secondo Courant e Robbins, invece, nella definizione di numero irrazionale come limite si tratta di «tralasciare qualcosa che è "reale" per l'intuizione», al fine di giungere a uno «schema matematico adeguato per esprimere la nostra conoscenza di questi concetti». Siamo certamente «condotti» a tale definizione «dall'intuizione che il punto irrazionale "esiste"», però successivamente dobbiamo «gettare via la stampella intuitiva con cui procedeva il ragionamento», rendendoci conto che «tutte le proprietà matematiche dei punti irrazionali possono essere espresse come proprietà delle successioni monotone di intervalli razionali». Si avrebbe qui un «esempio tipico» della pratica di

> liberarsi dall'atteggiamento "realistico" per cui si considera un oggetto matematico come una "cosa in sé", di cui umilmente si studiano le proprietà, e comprendere invece che gli oggetti matematici esistono solo in quanto possiedono certe proprietà e certe relazioni con altri oggetti matematici. Queste relazioni e proprietà rappresentano tutti gli aspetti sotto cui un oggetto può entrare nel regno dell'attività matematica[31].

Che si proceda per via di una creazione assoluta, o di una opportuna riduzione a uno schema essenziale, il segno formale è la chiave di volta, grazie a cui una stabile porta d'accesso al nuovo sapere può essere finalmente costruita. D'altro canto, se il formalismo del limite aggira genialmente l'irrazionalità di una singola quantità incommensurabile presa singolarmente, tuttavia non la esaurisce nel complesso del sistema dei numeri reali. Infatti, come conseguenza dei risultati di Cantor, qualunque sistema di denotazione formale degli insiemi numerici è intrinsecamente insufficiente a esprimere tutte le quantità incommensurabili; infatti, a motivo della cardinalità non-numerabile dell'insieme dei numeri reali, esistono infiniti numeri irrazionali che non sono rappresentabili tramite sequenze o espressioni formali finite in un alfabeto al più numerabile. In questo senso il formalismo del limite permette a tutti gli effetti una *mediazione* tra numerabile (infinito in potenza, dunque sempre riconducibile a procedimenti finiti di cal-

30 P. Florenskij, *Gli irrazionali in matematica e in dogmatica* in Id., *La colonna e il fondamento della verità* 1914, Rusconi Editore, Milano 1974, pp. 576-580.

31 R. Courant, H. Robbins, *Che cos'è la matematica?*, Bollati Boringhieri, Milano 2000, pp. 113, 114, 380.

colo) e non-numerabile (infinito in atto), un punto di contatto in cui ciascun termine rimane quantitativamente irriducibile all'altro.

Un nuovo segno venne dunque introdotto per rappresentare ciò che non trovava spazio all'interno del sistema già noto. Progressivamente, questo segno divenne oggetto di manipolazione e soggetto di interazione formale con altri segni, così da trovare man mano il suo posto all'interno della scrittura matematica. A valle di un cammino durato secoli, le forme sintattiche del calcolo dei limiti hanno infine reso manipolabili tali quantità nel regno del calcolabile e del formalizzabile. Qui sta la forza peculiare della scrittura matematica del mondo, come spiega ancora Luigi Borzacchini:

> La rappresentazione sintattica non ha nulla di ovvio o naturale [...]. Essa è una grande "costruzione", una "forma simbolica" che caratterizza il pensiero moderno e la cui azione si estende ben oltre la matematica e la scienza, e tocca la natura più profonda della nostra civiltà [...]. Questo incastonamento della matematica nel pensiero formale è ciò che possiamo chiamare l'*opera matematica*[32].

3. Pratica matematica e scrittura del mondo

La *soglia* dell'incommensurabile, dalla quale è nato il segno formale come strumento per comprenderlo, definirlo e integrarlo, svela il luogo d'elezione di tale segno: la matematica stessa è una pratica del *limite*, che nel proprio linguaggio esplora il confine tra finito e infinito, tra conosciuto e ignoto, tra ragionevole e assurdo. Secondo Giuseppe Longo, gli «sviluppi della matematica» si possono infatti ricondurre interamente alla «pratica tipicamente umana di generare "contorni", in senso lato (geometrici o concettuali) stabili»[33]. Da questo punto di vista, bisogna riconoscere che

> non c'è separazione tra le costruzioni matematiche ed il mondo, dal momento che noi disegniamo la matematica e ne tracciamo i "contorni concettuali e geometrici" su quel velo dei fenomeni che rappresenta l'interfaccia tra noi e la realtà che ci circonda, in cui ritagliamo contorni, qualifichiamo, isoliamo i fenomeni[34].

La matematica dunque non vive e non si sviluppa in un mondo formale di idee platoniche, al fine di produrre teorie e simboli da applicare in un secondo momento ai fenomeni; essa, come ogni sapere, frequenta al contrario una soglia,

---

[32] L. Borzacchini, *Il computer di Platone. Alle origini del pensiero logico e matematico,* Edizioni Dedalo, Bari 2008, p. 17.

[33] G. Longo, *Matematica e senso. Per non diventare macchine*, Mimesis, Milano 2021, p. 100.

[34] Ivi, p. 99.

indicata da Longo come «l'interfaccia tra noi e la realtà che ci circonda». Su questa soglia, i matematici tracciano quei contorni (geometrici e concettuali) caratterizzati in massimo grado da invarianza, ripetibilità e replicabilità:

> La matematica è, infatti, per definizione, l'insieme dei concetti massimamente stabili che possiamo disegnare sul velo dei fenomeni, e che, proprio per via della loro stabilità, invarianza e forte indipendenza contestuale, sono concetti che possiamo anche trasmettere ad altri modi di descrivere i fenomeni[35].

Ogni segno matematico, in quanto «contorno» ritagliato dell'esperienza vivente, è dunque fin da subito una «scrittura del mondo». Questa attività di scrittura, prosegue Longo, si «stratifica» per il matematico su più dimensioni, che ultimamente finiscono per sovrapporsi e combinarsi vicendevolmente. In primo luogo abbiamo la geometria, che «rende lo spazio intelligibile selezionandone alcune invarianti fondamentali, e trasformandole in proprietà stabili che si riferiscono proprio alle trasformazioni che quell'azione nello spazio ci suggerisce»[36]; lo stesso concetto di numero intero, strettamente legato alla visione agli albori della matematica, «si riferisce allo spazio», dal momento che «il numero è una "guida" all'azione: un gesto che struttura lo spazio mentale, ovvero lo spazio di quella linea numerica che tutti condividiamo»[37]. Quindi abbiamo la logica, che individua gli «invarianti del linguaggio» che «si trovano in tutte le dimostrazioni, ma non dipendono dalle costruzioni del contesto»[38]. Infine, gli invarianti della logica «possono venire trasformati in calcoli formali puri per poi venire applicati meccanicamente: allora le regole formali impongono le invarianti computazionali»[39].

Da questa ultima «stratificazione» prende quindi le mosse il discorso formale, la cui potenza specifica risiede nella sua capacità di abilitare una pratica oggettivizzante di produzione dei segni, il più possibile distante dal *limite originario* costituito dal *qui-ed-ora* irripetibile del soggetto parlante nella sua relazione indissolubile con i destinatari e con l'oggetto del suo discorso; così da giungere, per dirla con Borzacchini, a quella «matematica relazionale e non sostanziale, semplice *sintassi* senza una semantica intrinseca e senza un'ontologia, in cui occorre "dimenticare il significato"»; e ancora a quel «linguaggio simbolico di natura e origine aritmetica, basato su segni, manipolazione sintattica e algoritmi», che chiamiamo algebra. Come specifica Borzacchini, essa nasce come costola del linguaggio alfabetico e si struttura progressivamente come scienza di segni

35 Ivi, p. 100.
36 Ivi, p. 82.
37 Ivi, p. 146.
38 Ivi, p. 82.
39 *Ibidem*.

idealmente «privi di significato» se non per la loro possibilità di ricombinazione interna, infinitamente replicabile e ricontestualizzabile.

> Il "miracolo greco" fu in gran parte la tematizzazione di quella epifania, il linguaggio, analizzandone separatamente i due aspetti distinti. Il linguaggio diventava il punto focale di tutta l'attività intellettuale, come analisi laica dei suoi caratteri: culla della filosofia – per i suoi aspetti analitici ed empirici – e della matematica – per l'indagine dei suoi aspetti olistici e costruttivi [...]. La rappresentazione iconica è la più antica, ma ad essa si è sovrapposto, in forme diverse dall'antichità a oggi, lo sviluppo degli aspetti linguistici e formali della conoscenza, la rappresentazione sintattica, apparsa con la catastrofe antropologica epocale legata alla nascita del linguaggio alfabetico, e che spesso chiamo il *pensiero formale*[40].

La scrittura matematica, quindi, è una pratica del sapere e della determinazione dei contorni delle cose e del mondo, originariamente e intrinsecamente legata alla scrittura alfabetica: accanto e insieme al mito e alla filosofia, nasce e si sviluppa non solamente per differenziazione (riflessa nel pensiero comune dalla contrapposizione tra il pensiero matematico "freddo" e calcolante, e la narrazione poetica "calda" e commovente) ma in un movimento di continue ascendenze e contaminazioni con essa. Come scrive Gabriele Lolli:

> Se si studia l'evoluzione della civiltà occidentale, si riconosce che tra letteratura e matematica non sussiste solo un'analogia, ma un'influenza diretta: dai miti cosmologici all'epica omerica, alla tragedia greca, alla retorica e alla storia i greci hanno raffinato e perfezionato linguaggio e ragionamento, fino a codificare la logica; le tracce di questo percorso portano dritte alle dimostrazioni di Euclide, dove si vedono all'opera le prime regole logiche la cui ascendenza nella poesia e nella retorica è documentabile e trasparente[41].

In tale catena di rimandi è rintracciabile ciò che la trascrizione digitale del mondo ha nuovamente reso urgente pensare: l'intima correlazione tra parola e calcolo, tra *logos* e numero, su cui la pratica matematica è innestata fin dall'antichità. Entrambi, come ricorda Chiurazzi, «producono una "discretizzazione" del reale, che si esprime nella categorizzazione logica e nella manipolabilità tecnica in procedura di formalizzazione»[42]. La *macchina sintattica*, il computer, è il destino ideale di questa tradizione, matematica e non solo, e ne incarna lo straordinario successo: nel continuo superamento del limite della specificità individuale che le è proprio, essa ambisce a produrre un *logos* senza soggetto, un'intelligenza senza

40 L. Borzacchini, *Il senso dell'algebra*, cit., p. 15.

41 G. Lolli, *Matematica come narrazione,* cit., p. 13.

42 G. Chiurazzi, *Dynamis. Ontologia dell'incommensurabile,* cit., p. 27.

corpo vivente, imitando la parola umana attraverso la produzione di una codifica alfabetica le cui sequenze di caratteri sono apprese in forma algoritmica e quindi riprodotte su un "supporto" indipendente dal corpo vivente che l'ha addestrata.

Da questo punto di vista, la scrittura matematica e di conseguenza quella digitale praticano in misura massimale quella "sottrazione" dei corpi e dei contesti, che caratterizza già ogni scrittura umana. La trascrizione del mondo per mezzo delle intelligenze artificiali ripropone su una scala finora inedita l'antico tentativo di immaginare una parola globale, una lingua universale, una parola non segnata dal corpo parlante. La meraviglia, intrisa di stupore e di paura, per il successo tecnico di tale programma rivelano un nostro difetto di prospettiva, laddove abbiamo dimenticato che «ciò che può un numero» è molto affine a «ciò che può una parola». Le due scritture, invece, si coimplicano molto più di quanto siamo portati a pensare a partire dalla tradizionale suddivisione del nostro sapere in due culture: operazione che, come mostrato, è stata necessaria per affrancare la scienza dai limiti del linguaggio comune, ma che richiede di essere rivista se vogliamo comprendere in modo profondo ciò che tale tradizione è stata capace di produrre.

Per concludere, la genealogia matematica qui ripercorsa esemplifica come ogni segno formale, per quanto idealmente "privo di significato", porti in realtà con sé una storia di pratiche e saperi infinitamente stratificati, di cui è il prodotto; la scrittura digitale del mondo non è neutrale, né è poi così lontana dai saperi cosiddetti "umanistici", contrapposti ai saperi scientifici. Il "non-senso", il contorno puramente arbitrario, cristallizzato nel segno formale per divenire possibilità operativa, esibisce un divenire storico di spessore paragonabile al divenire del "senso". Sulla soglia frequentata dalla scrittura matematica essi risultano profondamente intrecciati: potremmo addirittura affermare che, talvolta, è quest'ultimo a essere un residuo del primo, tanto quanto solitamente si ritiene il viceversa. Il "corpo" inorganico della macchina pensante è altresì segnato da questo divenire, da cui non può prescindere, nonostante le possibilità infinite di replicazione e trasmigrazione. La scrittura matematica, sulla soglia tra i due, apre scorci fecondi in entrambe le direzioni.