nóema
Rivista online di filosofia

ISSN 2239-5474 n. 16 (2025)

doi: 10.54103/2239-5474/29960 In dialogo

UN DIALOGO TRA MATEMATICA E FILOSOFIA

Giuseppe Longo[1], Alessandro Sarti[2], Fernando Zalamea[3]

ORCID: GL 0000-0003-1498-4883, AS 0000-0003-4073-6541, FZ 0000-0003-4756-9387

[1] Direttore di Ricerca emerito, CNRS (ROR: 02feahw73) e École Normale Supérieure (ROR: 05a0dhs15), Paris, France
[2] Direttore di Ricerca, CNRS (ROR: 02feahw73) e École des Hautes Études en Sciences Sociales (ROR: 02d9dg697), Paris, France
[3] Universidad Nacional de Colombia (ROR: 059yx9a68), Bogotà

Contacts: Giuseppe Longo, giuseppe.longo@ens.fr; Alessandro Sarti, alessandro.sarti@ehess.fr; Fernando Zalamea, fernandozalamea@gmail.com

Abstract

La Redazione di Nóema ha invitato a una riflessione tre matematici contemporanei molto noti – non solo in ambito specialistico – che sono da sempre particolarmente attenti al dialogo con la filosofia. In queste pagine Giuseppe Longo (ENS, Parigi), Alessandro Sarti (EHESS, Parigi) e Fernando Zalamea (Università di Bogotà) rispondono ad alcune domande poste dai membri della rivista, interloquendo uno con l'altro e chiarendo come è da considerare, a loro modo di vedere, una ricerca che getti luce sulla genesi del senso matematico tenendo conto delle suggestioni che vengono da alcuni filosofi e delle operazioni condotte con uno sguardo sintetico, piuttosto che analitico e obiettivista.

Nel primo contributo, Giuseppe Longo, rispondendo a domande sulla matematica e sul suo senso, accenna a come questa ridisegna il mondo a sua guisa, in effetti in guise differenti, seguendo storie diverse. L'invenzione di concetti e strutture ne è al cuore: l'audacia, ad esempio, di proporre "contorni", "bordi" del mondo che non esistono, ma che lo ritagliano e qualificano con grande efficacia e stabilità concettuale. In fisica, nelle nostre culture, la matematica ha proposto un solidissimo impianto di tipo teologico ancor oggi attuale, ma certo inadeguato per parlare del vivente. Longo accennerà ad alcuni tentativi di superare tali schemi metafisici e cambiar di prospettiva.

Nel secondo contributo, Alessandro Sarti chiarisce come la matematica non si limiti a stabilire regole e invarianti, ma apra anche nuovi campi di indagine e nuove possibilità. È possibile concepire un divenire differenziale eterogeneo nello spazio e nel tempo, dove causalità e composizione non siano in contraddizione? Si tratta di quelle dinamiche che Deleuze e Guattari hanno definito eterogenesi, in cui gli spazi di possibilità non sono invarianti ma parte del processo. Sarti propone un viaggio attraverso le dinamiche differenziali che spaziano dalla fisica allo strutturalismo dinamico fino all'eterogenesi, intesa

Published online: 19/11/2025

Milano University Press

come materialismo immaginativo. Queste "*mathématiques de la pensée*" sono strettamente intrecciate con la "*pensée des mathématiques*" di Longo e Zalamea.

Nel terzo contributo, Fernando Zalamea illustra come la matematica sia una scienza complessa, che integra 1) immaginazione (abduzione nei termini di Peirce), 2) ragione (deduzione), 3) adeguazione (induzione). Il matematico ridisegna il mondo nel costante oscillare tra l'1-2-3 peirceano, applicato alle strutture matematiche. Una matematica rigida, che cerca solo i propri fondamenti, ha un senso molto ristretto, prezioso per studiare con estrema attenzione frammenti della logica classica, della teoria degli insiemi e dei numeri elementari, ma inutile per osservare la vera matematica in azione (teoria avanzata dei numeri, algebra astratta, topologia, variabile complessa, geometria algebrica, geometria differenziale, analisi funzionale). Per questo sono fondamentali altre prospettive, come le logiche non classiche, la teoria delle categorie, la teoria dei fasci, che servono da base per visioni filosofiche non restrittive e non analitiche.

Parole chiave: filosofia della matematica; senso; matematiche del pensiero; eterogenesi; complessità; spazio dei possibili.

A dialogue between Mathematics and Philosophy

The Editorial Board of Nóema invited three contemporary mathematicians, well-known – not only in the specialist field – who have always been particularly attentive to the dialogue with philosophy, to a reflection. In these pages, Giuseppe Longo (ENS, Paris), Alessandro Sarti (EHESS, Paris), and Fernando Zalamea (University of Bogotá) answer some questions posed by the members of the journal, conversing with each other and clarifying how, in their view, one should consider research that sheds light on the genesis of mathematical meaning, taking into account the suggestions coming from some philosophers and the operations conducted with a synthetic, rather than an analytical and objectivist, outlook.

In the first contribution, Giuseppe Longo answers questions about mathematics and its meaning, and touches upon how it reshapes the world in its own way, in fact, in different ways, following different histories. The invention of concepts and structures is at the heart of this: the audacity, for example, of proposing "contours" and "edges" of the world that do not exist, but which cut it out and qualify it with great effectiveness and conceptual stability. In physics, in our cultures, mathematics has proposed a very solid theological framework that is still relevant today, but certainly inadequate for talking about living beings. Longo mentions attempts to overcome these metaphysical schemes and change perspective.

In the second contribution, Alessandro Sarti clarifies that mathematics not only establishes rules and invariants, but also opens up new fields of inquiry and new possibilities. Is it possible to conceive of a heterogeneous differential becoming in space and time, where causality and composition are not in contradiction? That is, the dynamics that Deleuze and Guattari called heterogenesis, in which spaces of possibilities are not invariant but part of the process. Here, Sarti proposes a journey through differential dynamics ranging from physics to dynamic structuralism to heterogenesis as an imaginative materialism. These "*mathématiques de la pensée*" are closely intertwined with the "*pensée des mathématiques*" by Giuseppe Longo and Fernando Zalamea.

In the third contribution, Fernando Zalamea illustrates how mathematics is a complex science that integrates 1) imagination (abduction in Peirce's terms), 2) reason (deduction), and 3) adequacy (induction). Mathematicians redesign the world in a constant oscillation between Peirce's 1-2-3, applied to mathematical structures. A rigid mathematics, which seeks only its own foundations, has a very narrow meaning, valuable for studying fragments of classical logic, set theory, and elementary numbers with extreme care, but useless for observing true mathematics in action (advanced number theory, abstract algebra, topology, complex variables, algebraic geometry, differential geometry, functional analysis). This is why other perspectives are fundamental, such as non-classical logics, category theory, and sheaf theory, which serve as the basis for non-restrictive and non-analytical philosophical views.

Keywords: philosophy of mathematics; sense; mathematics of thought; heterogenesis; complexity; space of possibilities.

1. Introduzione e domande

Rossella Fabbrichesi: Ho il grande piacere di aprire questo dialogo a più voci, presentando anzitutto ai lettori della rivista i nostri invitati. Si tratta, in rigoroso ordine alfabetico, di Giuseppe Longo, Alessandro Sarti e Fernando Zalamea. Sono pensatori autorevoli nel campo della matematica e della filosofia della matematica. Ma sono per noi soprattutto dei filosofi, nel senso leibniziano, o peirceano, del termine. Pensatori "universali" e transdisciplinari, che hanno una vera "visione" (*theoria*) sulla loro disciplina, sempre attenti alle vie intrecciate della cultura e del sapere che permettono di posizionare la matematica come un luogo del creare, prima ancora che del dimostrare. Ricordo solo brevemente il loro ruolo professionale e gli ultimissimi lavori:

Giuseppe Longo è un matematico e un logico specializzato in informatica che ha insegnato all'École Normale Supérieure di Parigi ed è Direttore di Ricerca emerito al CNRS. Da circa vent'anni i suoi interessi si sono rivolti allo studio delle forme viventi e all'epistemologia, con posizioni molto critiche verso i formalismi computazionali. I suoi ultimissimi lavori sono: *Matematica e senso. Per non divenire macchine* (Mimesis, 2021), *Le cauchemar de Prométhée. Le sciences et leurs limites* (PUF, 2023), (con J. Lassègue) *L'empire numérique. De l'alphabet à l'IA* (PUF 2025). Tutte le sue ultime opere dedicano grande attenzione all'orizzonte storico e socio-politico in cui si fa uso dello strumento matematico.

Alessandro Sarti è un matematico ed epistemologo, Direttore di Ricerca presso l'Istituto di Studi Avanzati EHESS di Parigi. Si interessa all'emergere e alla mutazione delle forme nel campo delle scienze cognitive e viventi, sia dal punto di vista matematico, sia percettivo ed estetico. In particolare, è interessato al tema della eterogenesi differenziale, che ha affrontato spesso con riferimenti al lavoro di Gilles Deleuze. Insegna all'EHESS e conduce il seminario di Neuromatematica al Collège de France. Gli ultimi suoi lavori sono *Differential Heterogenesis: Mutant Forms, Sensitive Bodies* (con G. Citti e D. Piotrowski), Springer 2023 e *Dynamiques post-structurelles* (con G. Citti), Spartacus 2024.

Fernando Zalamea è un matematico e epistemologo colombiano. Nel 2016 è stato riconosciuto come una delle 100 "*global minds*" transdisciplinari contemporanee. Ha elaborato una filosofia sintetica della matematica, cui è dedicato il volume *Synthetic Philosophy of Contemporary Mathematics* (Urbanomic Media, 2012). In questa prospettiva si è occupato di Peirce (*Peirce's Logic of Continuity*, Docent Press, 2012), e di Grothendieck, di cui è uno dei più autorevoli studiosi. Recentemente è stato infatti nominato Coordinatore del Centro di Studi Grothendieckiani. Intorno al suo pensiero si raccoglie nel suo paese natale un'importante scuola di matematica (cfr. *Advances in Peircean Mathematics: the Colombian School*, De Gruyter, 2024).

Cercherò ora di attraversare i problemi che mi paiono più rilevanti nella loro recente riflessione.

Parto con alcune suggestioni che provengono dalla lettura dell'ultimo libro in italiano di Giuseppe Longo: *Matematica e senso*. Giuseppe dimostra brillantemente come il "senso" logico-matematico non viva in un campo di astrazione pura, ma sia aggrovigliato – userei addirittura la parola 'impiastricciato' – nelle pratiche che ci impegnano in ogni gesto quotidiano. Già Husserl, per altro, spiegava così l'origine della geometria. L'astrazione è un bisogno, una conquista del pensiero che, *facendosi* logico, procede da necessità prassiologiche o, come diceva Nietzsche, addirittura fisiologiche. «Non esiste significato senza un'azione in atto»[1]. Ma, se questo è vero, è la nozione apparentemente obsoleta di continuo che va meglio indagata, come per altro fa quel genere di matematica, o in genere di riflessione scientifica, che si occupa della non linearità della costruzione di un processo, delle fluttuazioni o delle perturbazioni al di sotto di una misura possibile, dei differenziali. Molto bello l'esempio che viene fatto nel libro del latte (p. 176) che, mentre viene versato, si presenta bianchissimo e insieme con dei risvolti scuri, zone di contaminazione, di interferenza, in cui i bordi si smarginano (Peirce aveva studiato bene la natura di queste soglie vaghe). Su questo aspetto si sofferma in particolare il primo paragrafo del suo saggio che presentiamo.

[1] G. Longo, *Matematica e senso*, Mimesis, Milano-Udine 2021, p.133, e cfr. i primi tre paragrafi del contributo presente su questo numero della rivista.

La posizione di Alessandro mi sembra inserirsi molto bene in questa lettura, e aggiungervi ancora qualcosa. Il matematico agguanta i riferimenti di una filosofia "continuista" – certamente minoritaria, ma ben presente nella nostra tradizione – e la mette al lavoro per produrre nuove leggi matematiche. L'eterogenesi – concetto ribadito come denso di significati filosofici e matematici anche in questo contributo (cfr. par. 4 della risposta di Sarti) – non è altro che «una teoria della sostanza che diventa operatoriale perdendo ogni trascendenza»: sarà dunque produttivo per lo stesso matematismo formulato rigorosamente tracciare una eterogenesi differenziale che dia conto delle forme nella loro dimensione generativa, nella loro morfogenesi, come già Goethe aveva intuito. Una forma è sempre da vedersi nella sua de-formazione, nella sua immediata tras-formazione. Ma, allora, come dar conto "formalmente" di questa continua transizione differenziale e pre-individuale, precedente alla individuazione definita (come nota Alessandro sulla scorta di ricerche molto precise di Simondon e Deleuze)? Come possiamo passare dal campo delle mere *forze*, nel loro incessante divenire, a quello in cui si riconoscono delle *forme* ben riconoscibili? L'intervento qui presentato prova a dare delle risposte.

Come Fernando ha sottolineato lungo il corso della sua intera produzione scientifica, queste riflessioni impongono una matematica diversa da quella classica, una matematica illuminata da una filosofia del transito, della pendolarità frontaliera, dunque essa stessa transitante. Cercare di eludere la bipolarità, imparare a operare un continuo andirivieni tra universale e relativo, tra invarianza e variazione – ci ha insegnato negli anni l'autore – è il compito di una nuova filosofia sintetica, che abbandoni ogni sguardo puramente analitico. Per riprendere una posizione deleuziana direi: la prospettiva rigidamente analitica non risponde ai problemi del nostro tempo, non è all'altezza della necessità di produrre nuovi concetti, filosofici e matematici, che diano luce a ciò che *vediamo*. Anche negli scritti di Fernando – sostenuti dalle letture di Peirce e Grothendieck – possiamo valutare il rinvio alle pratiche fondanti, ai gesti costitutivi, alla matematica stessa intesa come gesto. Bellissimo l'esempio che si trova in un suo saggio dove ricorda come fu capace di spiegare ad uno studente un teorema complesso solo tramite una elaborata gestualità corporea. La trascrizione matematica – aggiunge qui nel suo intervento – va intesa come un vero e proprio "trasferimento di conoscenze".

In una sintesi conclusiva, che raccoglie i tre contributi di questo dialogo, potrei rinviare a ciò che scrive Fernando alla fine del suo contributo: «dopo i grandi contributi dei Maestri geometri e topologi dei secoli passati (Riemann, Poincaré, Hilbert, Brouwer, Hausdorff, Grothendieck, Thom, ecc.), la matematica non può più essere capita come un edificio rigido, fossilizzato, ben fondato, ma come una "macchina nell'aria" (Musil), sempre plastica ed in continuo ripiegamento».

Seguono alcune domande da parte dei membri della Redazione in base alle quali sarebbe interessante sviluppare questo nostro dialogo.

Rossella Fabbrichesi: Vi chiedo gentilmente di soffermarvi sul tema della trascrizione in formule di un gesto, o di una pratica, non solo di uno "stato di cose". Come si può farlo, se si può farlo, e cosa si può comprendere meglio nel farlo?

Eleonora Buono: Se pensiamo alla matematica come a un linguaggio che, trascrivendolo, al contempo ridisegna il mondo a propria guisa, quali potrebbero essere allora le conseguenze di tale trascrizione?

Enrico Redaelli: Alcuni matematici e alcuni filosofi della matematica del Novecento sottolineano, contro un luogo comune molto diffuso, come la matematica sia un sapere creativo, irriducibile alla semplice logica deduttiva e a procedure standard codificate. In che cosa consiste il lato creativo, generativo, della matematica?

Maria Regina Brioschi: Nella vostra esperienza di matematici e studiosi, come descrivereste la pratica del matematico? Di contro ad altre discipline, in cui il ruolo della "comunità degli investigatori" – come direbbe Peirce – sembra svolgere un ruolo primario, la matematica appare generalmente come una disciplina solitaria, in cui il genio individuale occupa un posto privilegiato. Qual è il ruolo, se c'è, dell'intersoggettività nelle pratiche matematiche?

Florinda Cambria e Carlo Sini: Nella parola 'aritmetica' risuona il termine 'ritmo' (*rythmós*), la cui natura paradossale si può evocare con una espressione del filosofo e matematico inglese, coautore con Bertrand Russell dei *Principia Mathematica* (1910-12), Alfred North Whitehead: «Eccolo di nuovo». Nuovo, cioè, è l'avvento del già noto, sicché conoscere è ri-conoscere (conoscere è ricordare, diceva Platone). Per esempio sappiamo che il feto a un certo punto registra il battito del cuore materno, cioè lo ri-conosce; ovvero: il battito avvertito è la replica di una origine di per sé non registrabile. In altri termini: l'origine sta solo nell'originato e l'originato è tutta l'origine che c'è, come sa bene l'ermeneutica filosofica. Ora, questa cornice del ritmo sembra stare alla base anche della più semplice delle operazioni aritmetiche: 1+1, dove l'uno è già un due e il due è l'unico uno possibile. La domanda è: quali riflessioni queste considerazioni potrebbero suscitare in un matematico in quanto scienziato della misura, o semplicemente in quanto essere umano?
Grazie ancora per avere accettato il nostro invito.

2. Linee, gesti, ritmi. Risposte di Giuseppe Longo

Eleonora Buono: *Se pensiamo alla matematica come a un linguaggio che, trascrivendolo, al contempo ridisegna il mondo a propria guisa, quali potrebbero essere allora le conseguenze di tale trascrizione?*

Enrico Redaelli: *Alcuni matematici e alcuni filosofi della matematica del Novecento sottolineano, contro un luogo comune molto diffuso, come la matematica sia un sapere creativo, irriducibile alla semplice logica deduttiva e a procedure standard codificate. In che cosa consiste il lato creativo, generativo, della matematica?*

Dal mio punto di vista, le due domande sono fortemente correlate, poiché ogni epistemologia è anche una storia (concettuale e di "interfaccia" con il mondo) ed ogni creazione è il risultato di una storia e produce nuova storia, ridisegnando il mondo. Un tentativo di risposta alla domanda di Rossella Fabbrichesi percorre tutto questo mio testo.

Le *forme* e i *numeri* della matematica non sono "già lì", nella natura. Sono infatti il risultato di operazioni che "ritagliano" e "qualificano" il reale. In scienza, vanno esplicitate le scelte di "cosa guardare", di un *osservabile* da misurare, i suoi contorni, e vanno realizzati (difficili) atti di misura. Un cristallo "perfetto" o cinque sassi al suolo non sono un *poliedro* euclideo né il *numero cinque*, concetti dati nel linguaggio, anzi nel disegno e nella scrittura, risultati di una pluralità di "atti di esperienza" e costituiti in quanto invarianti proprio grazie alla loro pluralità, ovvero indipendenti da ciascuno di essi, ma ancorati in tutte quelle esperienze attive. Fra queste va incluso lo scandire del tempo, come dice Brouwer (fondatore della matematica "intuizionista"), un ritmo da contare – ci torneremo. L'analisi della costituzione dei concetti e delle strutture della matematica è al cuore di ogni progetto epistemologico sensato. Ne deve far parte il gioco fra costruzioni attive nello spazio, dagli assiomi di Euclide ai diagrammi in Teoria delle Categorie, e linguaggio, con tutto il suo ruolo di esplicitazione dell'intersoggettività e, paradossalmente, di indipendenza da dette costruzioni.

Il reale fa frizione, canalizza i nostri gesti costruttivi, il nostro organizzare il mondo, farne un nostro mondo. Riprendendo delle idee sviluppate altrove, ad esempio in *Matematica e senso*[2], penso con emozione che noi umani abbiamo ritagliato frammenti di cielo, interpolando stelle, dando senso a puntini luminosi

[2] G. Longo *Matematica e senso*, cit.; si veda anche Id., *L'invenzione matematica e scientifica, al di là dei miti tecnoscientifici*, Prefazione a *Il Liceo matematico: un approccio storico e interdisciplinare all'insegnamento delle scienze e della matemática*, a cura di A. Nigrelli e F. S. Tortoriello, Mimesis, Milano-Udine 2025 (di prossima pubblicazione) [https://www.di.ens.fr/users/longo/files/LongoPrefazione-libroSalerno.pdf].

insensati, dando nome a costellazioni, forme del mito. Abbiamo disegnato con una linea, sulle pareti delle grotte di Altamira e Lascaux (fra i 17.000 e i 22.000 anni fa), bisonti, cavalli, leoni… Alcune di queste pitture parietali sono infatti il solo disegno di bordi. Non sono "macchie", pur bellissime, come la maggioranza delle pitture rupestri, ma puri contorni, dei bordi – una nozione matematica, un'astrazione euclidea, ne parleremo. Gli oggetti, gli animali, infatti, non hanno "bordi": i limiti di un oggetto sono per noi delle differenze nelle lunghezze d'onda della luce che, a partire dalla corteccia primaria, noi, grandi vertebrati, trasformiamo/interpretiamo/connettiamo come linee, grazie a connessioni/attivazioni neuronali[3]. Solo noi umani abbiamo poi saputo "proiettare" tali linee su una parete, mostrandole anche nel linguaggio ad altri umani, vedendo con loro, nel rito comune: questo è un cavallo, un bisonte… Tutti questi sono gesti creativi, eminentemente matematici, geometrici: danno forma al reale, lo qualificano, inventano delle linee fra le stelle, dei bordi che non ci sono, li tracciano nel cielo fra lumicini visibili, su una parete di roccia usandone le forme. Ridisegnano il mondo. In modi diversi, con conseguenze diverse.

I numeri

Clarissa Herrenschmidt scrive che le prime scritture coerenti ed iterate dei numeri datano dell'VIII millennio, ben prima delle prime notazioni scritturali (logogrammi, ideogrammi… IV millennio, sempre in Mesopotamia e, solo dopo, alfabetiche). Cifre dell'avere o del debito, il contar animali o sacchi di semenze, posseduti, dovuti. Notazioni che stabilizzano un invariante concettuale, il numero, ben oltre la pratica, che condividiamo con molti animali, del distinguere fra quantità diverse: sette banane come diverse e più di cinque. Il concetto e la sua scrittura non dipendono da quel che è contato, dicevamo, una conquista difficile[4].

Invano i tenori dei Big Data dicono che i loro numeri sono "già lì" nella natura, nella società, oggettivi e che, da soli, con le correlazioni individuate da macchine, permetterebbero di agire sul mondo, senza scienza[5]. Qual è allora il numero-lunghezza di questo tavolo? Per quanto misuri con cura crescente, sarà sempre un intervallo, un'approssimazione, mai un numero esatto: basta la

[3] J. Petitot, *Elements of Neurogeometry: Functional Architectures of Vision*, Springer, Cham 2017.

[4] C. Sini, *La scrittura e il debito. Conflitto tra culture e antropologia*, Jaca Book, Milano 2020.

[5] C. Anderson, *The End of Theory: The Data Deluge Makes the Scientific Method Obsolete*, «Wired Magazine», 23 June 2008 [https://www.wired.com/2008/06/pb-theory/]. Per una risposta di tipo matematico: C. Calude & G. Longo, *The Deluge of Spurious Correlations in Big Data*, «Foundations of Science», 22, 3, 2017, pp. 595–612 [https://www.di.ens.fr/users/longo/files/BigData-Calude-LongoAug21.pdf].

fluttuazione termica, quella gravitazionale, a renderlo "vago", direbbe Peirce. Né serve a molto cercare di contare le molecole, gli atomi allineati al suo bordo – peggio che mai: l'indeterminazione quantistica non produrrà mai un numero, ma un valore indeterminato, dei valori di probabilità, solo limitati, in un prodotto con l'impulsione, dalla costante *h* di Planck. E a chi pensa che almeno tale numero è definito con esattezza, chiedo: quanto valgono, esattamente, *h, G, c, alfa*… le costanti fondamentali della fisica? Gabriele Veneziano, illustre fisico e collega a Parigi, ha dimostrato che se ne possono fissare due eguali ad 1, poi rinormalizzare le metriche delle altre in tutte le equazioni in cui compaiono e… prender di nuovo delle misure. Si otterrà sempre e solo un intervallo. Chiedersi quindi se le altre due sono numeri interi, razionali, irrazionali… è perfettamente assurdo: sono il risultato di una complessa costruzione fisico-matematica e della misura, approssimata e/o indeterminata – non sono "già lì" nella natura, come valori numerici già dati.

Ovviamente è ancora più complessa la costruzione di un valore numerico in economia, in scienze sociali. È ricco di presupposti storici e politici sulla scelta di quello da misurare e di come misurare, dell'osservabile e della misura, del metro, dell'approssimazione e della scala da usare.

In conclusione, la proposta umana, tutta umana, del concetto invariante di numero, nel linguaggio o, meglio, nella scrittura, stabilizza una prassi antichissima, pre-umana, il contare, il distinguere individui e oggetti, il separarli e compararli in quantità, associandovi i ritmi del tempo vissuto, non scopre essenze del mondo. Tutti gesti non arbitrari, radicati nella nostra corporeità ed il suo agire su un mondo che ne canalizza l'azione. In scienza, l'approssimazione o l'indeterminazione della misura, se questa è necessaria per proporre un numero (ovvero se gli oggetti non si presentano già ben separati, accessibili individualmente allo sguardo, al contare), è l'unica forma che abbiamo di accesso al mondo. Esperienze di misura, ad esempio, guidate da proposte di sguardi teorici, sono all'origine dei principali quadri di pensiero fisico-matematici del XX secolo che menzioneremo.

La geometria

Euclide estenderà i gesti d'interpolar le stelle e del disegnar bordi di animali, costruendo le figure del piano con «linee senza spessore» (definizione 2). Le tradizioni formalista e logicista ci dicono da 100 anni che "Euclide è l'inventore del metodo assiomatico-deduttivo". Il che è certo vero, ma è solo la metà del suo lavoro. L'altra metà è l'invenzione della *linea senza spessore* (esplicitata nella definizione 2, pochi secoli dopo), ovvero della nozione matematica di "bordo", prima e fondamentale struttura della matematica occidentale. E i grandi "fondazionalisti" del secolo non lo hanno visto; anzi Heath[6], il traduttore-riferimento di Euclide, commenta alcuni passaggi degli *Elementi* osservando più volte: come formalista/assiomatizzatore Euclide non era tanto bravo, «non dimostra formalmente questo e quello» (ad esempio, il fondamentale teorema 1, cap. 1). In particolare, Heath non vede il gesto rivoluzionario del proporre con rigore la nozione topologicamente difficile di bordo, già tanto e finemente discussa da Peirce. La linea di Euclide non è fatta di punti, ma è un gesto, una traccia, una traiettoria[7]. Il punto è un segno (*semeion*) all'estremità di un segmento (definizione 3), all'intersezione di due linee senza spessore (teorema 1.1). Non ha quindi parti (definizione 1), né dimensioni. Così il buon maestro di scuola ci fa capire cosa è una linea continua mostrando la traiettoria del dito nell'aria, tracciandone una sulla lavagna ed aggiungendo: in quanto traiettoria o bordo, questa linea che traccio è senza spessore. Solo cogliendo la continuità del gesto si può capire, solo nel linguaggio si può dire che "non ha spessore".

Ho detto matematica occidentale poiché Liu Hui, l'autore della grande summa cinese di matematica, i *Nove Capitoli* (III sec. d.C.)[8], non ha "linee senza spessore". Così, Liu Hui calcola π approssimando il cerchio con poligoni interni ed esterni e dicendo «quando non si vede più la differenza, quello dà il rapporto fra raggio e circonferenza». Per noi, greci, questa è ingegneria, non matematica! Ed in effetti Liu Hui fa geometria per costruire templi e case, aritmetica per sviluppare i calcoli dei mercanti. E ben presto i cinesi avranno i numeri negativi, annotazione del debito. E poi lo 0, prima dell'VIII secolo, forse contemporaneamente agli indiani. Numeri inconcepibili per i greci, estranei gli uni e l'altro all'essenza del mondo. Ma quell'infinito nel finito, il calcolo che non termina di π o della radice di due, dramma dell'infinito e dell'*a-logos* nella finitudine e nel *logos* perfetto del cerchio e del quadrato, è possibile solo per cerchi e per quadrati fatti di linee senza spessore – un infinito (ed un infinitesimo) che cambia il mondo. Infatti, il dibattito, già greco, poi della cristianità, sulla differenza fra *infinito in potenza* (il contare che non termina mai, la successione senza limite dei numeri interi o dei numeri primi) e *infinito in atto* (il limite attuale di tali processi, l'infinito di Dio, per alcuni teologi tardo medievali), ispirerà pittori-preti italiani: sapranno mostrare l'infinito in atto, darne una forma simbolica, visibile. Am-

[6] Euclid, *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, translated from the text of Heiberg with introduction and commentary by Thomas L. Heath, Cambridge University Press, Cambridge 1908, 3 vols.

[7] G. Longo, *Symmetries and Symmetry Breaking, from Geometry to Physics, via Painting*, in D. Nagy and I. Vandoulakis (eds.), *Proceedings "Symmetry: Art and Science"*, Gonia, Crete (GR) 2025 (in pubblicazione). Fra l'altro, vi si fa una proposta interpretativa del teorema 1.1, che implicitamente definirebbe la continuità per linee senza spessore [https://www.di.ens.fr/users/longo/files/symmetriesCrete.pdf].

[8] L. Hui, *Les Neuf Chapitres*, trad. Fr. K. Chemla et G. Shuchun, Dunod, Paris 2004.

brogio Lorenzetti (1290-1348), forse per primo[9], lo porrà là in fondo al quadro, nel punto prospettico, al limite, infinito in atto, punto di convergenza di rette parallele, evocazione della presenza di Dio nelle Annunciazioni del Trecento toscano[10]. Così, la geometria greca delle figure verrà immersa negli spazi tridimensionali del *De perspectiva pingendi* (1452) di Piero della Francesca, primo trattato di geometria proiettiva, invenzione degli spazi della rivoluzione scientifica a venire[11]. La ricchissima matematica cinese non saprà inventare i processi al limite infinito propri alla geometria di Descartes e Desargues e al calcolo infinitesimale, resi possibili dall'esplorazione greca di metodi infinitari (in potenza: i "metodi di esaustione") e da una teologia dell'infinito (in atto) del Dio cristiano.

Che altro dire della creatività, tutta storica e diversificata, della matematica? Il suo potente e ricchissimo impianto teologico, dai greci a Piero e Galileo, a Newton, domina ancora la nostra tradizione e si trova solo nella nostra tradizione. L'invenzione rinascimentale dello spazio e la logica fregeana (v. poi) ne fanno parte: contribuisce al mito dell'universo pre-dato, dello spazio dei possibili (o delle fasi in fisica – gli osservabili e i parametri pertinenti, di tutte le dinamiche) "già lì" – come spazio dell'infinito del Dio cristiano[12]. Come oso dire in *Naturalizing Physics*[13], c'è troppa teologia in fisica, dai greci a Galileo a Einstein (e la teologia è profonda e penetrante, ha inquadrato le nostre civiltà) per essere adeguata alla radicale materialità e corporeità del vivente – la sua matematica è tutta da inventare… L'eterogenesi alla Sarti e colleghi[14] apre una nuova pista di grande interesse. Non descrive una dinamica del cambiamento, ma un cambiamento delle dinamiche (delle stesse equazioni e dei vincoli differenziali). Dà quindi un senso

[9] E. Panofsky, *Perspective as Symbolic Form*, Zone Books, New York 1925.

[10] D. Arasse, *L'Annonciation Italienne. Une Histoire de Perspective*, Hazan, Paris 1999; S. Longo, *Daniel Arasse et le plaisir de la peinture*, Editions de la Sorbonne, Paris 2022. Per una presentazione del libro, si veda [https://www.youtube.com/watch?v=2e08vx78WvA].

[11] G. Longo and S. Longo, *Infinity of God and Space of Men in Painting, Conditions of Possibility for the Scientific Revolution*, in R. Scheps & M.-C. Maurel (eds.), *Mathematics in the Visual Arts*, ISTE-Wiley Ltd, London 2020 [https://www.di.ens.fr/users/longo/files/InfinitySpaceMenLoLo.pdf].

[12] Lo spazio pre-dato, a priori, da gesto teologico-pitturale del Trecento, come dice D. Arasse, *op. cit.*, diviene poi laico e tecnico: «il luogo è per necessità anteriore ai corpi che vi si trovano, l'artista deve tracciarlo su tela prima di essi» (P. Gaurico, *De Sculptura*, J. Petreius, Nurnberg 1543, p. 31, in V. De Risi, *Arte e Scienza della Sfera. La nascita del concetto moderno di spazio fra la teoria rinascimentale della prospettiva e la geometria di Leibniz*, in P. Totaro e L. Valente (a cura di), *Sphaera. Forma immagine e metafora tra Medioevo ed età moderna*, Leo S. Olschki editore, Firenze 2012, p. 326).

[13] G. Longo, *Naturalizing Physics. Or, Embedding Physics in the Historicity and Materiality of the Living*, «Deleuziana», 11, special issue on «Differential Heterogenesis: Deleuze, Mathematics and the Creation of Forms», ed. by A. Sarti *et al.*, 2020 [https://www.di.ens.fr/uers/longo/files/NaturPhysics.pdf].

[14] A. Sarti, G. Citti, D. Piotrowski, *Differential Heterogenesis and the Emergence of Semiotic Function*, «Semiotica», 230, 2019, pp. 1-34; A. Sarti, G. Citti, D. Piotrowski, *Differential Heterogenesis. Mutant Forms, Sensitive Bodies*, Springer, Berlin 2022.

matematico, fra l'altro ed indipendentemente, al "cambiamento dello spazio delle fasi" proposto da alcuni di noi come analisi teorica, darwiniana: una rivoluzione rispetto alla matematica della fisica da Newton a Schrödinger[15]. Rompe così gli assoluti teologici e pre-dati degli spazi dei possibili di tipo fisico-matematico: l'evoluzione biologica, come ogni "storia", produce nuovi possibili e i loro spazi, coniugando nuove *forme* e nuove *funzioni*.

Tuttavia, malgrado la diversità delle costruzioni, l'invenzione matematica di spazi e strutture, del calcolo e della deduzione logica, è comunque ben peculiare rispetto ad altre forme di produzione umana di novità: per definizione, le une e l'altra sono massimalmente stabili dal punto di vista concettuale, mirano cioè a una invarianza, certo non assoluta, ma storica, che risulta massima rispetto a tutte le altri prassi storiche di accesso al mondo e di costruzione di conoscenza – questo, direi, è un suo dato transculturale. Una definizione, un concetto in matematica non può esser vago – invece può, anzi deve, avere del vago in filosofia, in scienze umane, adeguarsi a più interpretazioni. Ovvero, forse questo e null'altro caratterizza ogni proposta di conoscenza di carattere matematico: la sua proposta di stabilità storica massimale, non massima, né di certo assoluta. Così, la linea è senza spessore per Euclide, punto e basta – poi potremo cambiare definizione. Ma ogni volta il "reale" fa resistenza, canalizza il gesto matematico, non ultimo tramite la nostra corporeità animale, evolutiva. Ovvero, essa ha origine in gesti antichissimi comuni, che precedono il linguaggio, alcuni condivisi con molti animali, come il contare piccole quantità, il precedere una preda od un predatore tracciando con saccadi oculari "linee di inseguimento" che non esistono, apprezzare un ritmo, per seguire poi, la matematica, piste storiche diverse, ma con radici comuni.

Per correlare le due sezioni, noto che una differenza fra geometria del continuo e la teoria dei numeri interi, dovuta alla misura e quindi al rapporto al "reale", la descrive bene Riemann[16]. In una *varietà* (uno spazio in un senso anche molto generale) *continua* si può *misurare* (e dare un intervallo, una approssimazione) e *contare* (il numero delle misure effettuate). In una *varietà discreta*, fatta esclusivamente di punti isolati, si può solo contare. La geometria riemanniana, in varietà continue, sarà alla base di una profonda ri-organizzazione e geome-

[15] A. Sarti, *The Oblique Dynamics of Ontogenesis in Phylogenesis*, «Proceedings of the Conference "Intersecting Paths across Mathematics, Biology, and Epistemology: A Colloquium in Honor of Giuseppe Longo and Ana Soto"», Paris, October 21-22, 2022, in press 2025 [https://republique-des-savoirs.fr/wp-content/uploads/2022/10/2022-10-2122-colloquium-longo-soto-2022-10-13.pdf].

[16] B. Riemann (1854), *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen*, Habilitationsvortrag, gehalten am 10. Juni 1854 an der Universität Göttingen. (B. Riemann, *On the Hypotheses which Lie at the Bases of Geometry,* translated by William Kingdon Clifford, "Nature", vol. 8, no. 183 (Jan. 15, 1873), pp. 14–17, and no. 184 (Jan. 22, 1873), pp. 36–37).

trizzazione della fisica: la Relatività di Einstein. Una sua variante, la geometria non-commutativa di Alain Connes, ha ristrutturato gli spazi e la conoscenza in fisica quantistica, creando nuovi spazi a partire da algebre derivate dalla misura quantistica[17]. Ma è soprattutto il lavoro di Grothendieck che ha permesso di fare ponti matematici (e sottolinear differenze e passaggi fruttuosi) fra discreto e continuo, proponendo una pluralità cangiante di universi, i Topoi, strutturati da logiche diverse, una svolta relativistica in matematica, con connessioni strutturanti fra i due sguardi[18]. La questione è attualissima, poiché, oggi, varietà discrete invadono e riorganizzano il mondo, in quanto basi di dati digitali ed algoritmi definiti su di esse. Altra invenzione scritturale[19], umana, tutta umana, dalle enormi conseguenze, inclusa la produzione de «il male della banalità (statistica)»[20].

Florinda Cambria e Carlo Sini: *Nella parola 'aritmetica' risuona il termine 'ritmo' (rythmós), la cui natura paradossale si può evocare con una espressione del filosofo e matematico inglese, coautore con Bertrand Russell dei* Principia mathematica *(1910-12), Alfred North Whitehead: «Eccolo di nuovo». Nuovo cioè è l'avvento del già noto sicché conoscere è ri-conoscere (conoscere è ricordare, diceva Platone). Per esempio sappiamo che il feto a un certo punto registra il battito del cuore materno, cioè lo ri-conosce; ovvero: il battito avvertito è la replica di una origine di per sé non registrabile. In altri termini: l'origine sta solo nell'originato e l'originato è tutta l'origine che c'è, come sa bene l'ermeneutica filosofica. Ora, questa cornice del ritmo sembra stare alla base anche della più semplice delle operazioni aritmetiche: 1+1, dove l'uno è già un due e il due è l'unico uno possibile. La domanda è: quali riflessioni queste considerazioni potrebbero suscitare in un matematico in quanto scienziato della misura, o semplicemente in quanto essere umano?*

Nelle mie (sparse) riflessioni sulle "origini/fondamenta" cognitive della matematica, ho ripreso spesso l'esperienza dei "ritmi" come punto di partenza. Ricordo che, per Aristotele il tempo è la «misura del movimento»: è dato dal contare o ordinare gli eventi come «prima» e «dopo» – producendo così i numeri interi: «Il tempo è il numero del movimento rispetto al prima e al dopo»[21]. Oso dire quindi che, per Il Filosofo, il tempo è la misura del movimento che si può contare: un movimento con un prima ed un dopo, tipicamente una frequenza, il ritornare

17 A. Connes, *Non-Commutative Geometry,* Academic Press, New York 1994.

18 F. Zalamea, *Synthetic Philosophy of Contemporary Mathematics*, Urbanomic (UK), Sequence Press (USA), London and New York 2012.

19 J. Lassègue, G. Longo, *L'empire du numérique. De l'alphabet à l'IA,* PUF, Paris 2025.

20 G. Longo, *The Evil of Banality*, in *Mechanema: AI and the Humanities,* Cornell's book series, 2025 (in press) [https://www.di.ens.fr/users/longo/files/the-evil-of-banality.pdf]; in italiano: [https://www.di.ens.fr/users/longo/files/le-mal-banalite-ENMI24-it.pdf].

21 Aristotele, *Fisica*, IV.11, 219b1-2: *χρόνος ἐστὶν ἀριθμὸς κινήσεως κατὰ τὸ πρότερον καὶ ὕστερον*.

del Sole che gira intorno alla Terra. È una frequenza primaria per il vivente, un fondamentale e cosciente «eccolo di nuovo». In questo senso va pure Brouwer:

> *Mathematics arises from the basic intuition of two-oneness, the falling apart of a life moment into two distinct things, one giving way to the other, yet both held together in a whole by memory. From this intuition we extract the idea of the number sequence by repetition*[22].

Il vissuto di quei ritmi che menzionate costituisce, secondo me, una esperienza originaria, pre-cosciente e pre-umana, del numero e del tempo. La congiunzione di questi "vissuti" o "pratiche" del numero e del tempo, ritmi biologici e frequenze fisiche, da aggiungere al "piccolo contare" che condividiamo con molti animali (saper distinguere piccole quantità di oggetti, ordinarli nello spazio), permettono di produrre nel linguaggio *l'invariante concettuale*, il numero intero, che non dipende dalla pratica specifica, grazie ad un dimenticare, escludere, i dettagli di ciascuna pratica. In breve, esperienze attive del discreto nel *tempo* e nello *spazio*, l'apprezzare, sentire, vedere singolarità contabili, sono, per me, condizioni di possibilità per la concettualizzazione umana, nel linguaggio. Ma, come dicevamo, riprendendo l'Husserl della *Origine della geometria*, solo la scrittura del numero stabilizza il concetto, e questo ben dall'VIII millennio a.C.

L'oblio

Ho ritrovato nel primo libro di Husserl (*Philosophie der Arithmetik*, 1891) delle esplorazioni cognitive di questo "senso del numero" (titolo del libro di S. Dehaene del 1997) di cui stiamo parlando. Solo più tardi Husserl riuscirà a tracciar meglio la demarcazione fra "psicologia" e "cognizione". Per me, quest'ultima inizia con analisi di esperienze del vivente, come i vostri battiti del cuore materno per un embrione di placentato. In quelle riflessioni pionieristiche, l'Husserl trentenne attribuisce allo "oblio" un ruolo importante per arrivare a proporre l'invariante concettuale. Questo è un tema su cui ho insistito spesso: ritmi, retensione e protensione sono al cuore del rapporto al tempo (ed al numero) nel vivente – li abbiamo anche rappresentati in «schemi geometrici» tridimensionali con F. Bailly e M. Montévil[23]. Nel nostro approccio, la protensione esiste solo grazie alla «retensione obliante». Ovvero, l'attività retensiva si basa anche sul

---

22 L. Brouwer, *On the Significance of the Principle of Excluded Middle in Mathematics, Especially in Function Theory*, 1908, reprinted in: J. van Heijenoort (ed.), *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic*, Harvard University Press, Cambridge (Massachusetts) 1879-1931, pp. 334-345.

23 Si veda il link [https://www.di.ens.fr/users/longo/download.html], cercando: rhythms, retention, protention.

dimenticare i dettagli "irrilevanti" per le azioni vissute, sceglierne poi «protensivamente» ("intenzionalmente", se coscienti) solo quelli comuni e/o *rilevanti* per l'azione in corso. Il precedere con saccadi oculari la traiettoria di una preda o di un predatore richiede un lungo apprendimento (nella caccia, nel… giocare a tennis precedendo, e di molto, la pallina) ed il dimenticare i dettagli delle numerose esperienze fatte, retenendo solo la "traiettoria matematica", l'invariante di numerose pratiche. Husserl coglie il punto: il rilievo dell'oblio nella cognizione umana (e, per me, animale). E Gottlob Frege massacra sarcasticamente il giovane Husserl, scrivendo:

> *By making one characteristic after another disappear, we get more and more abstract concepts […]. Inattention is a most efficacious logical faculty; presumably this accounts for the absentmindedness of professors*[24].

In seguito, Husserl raffinerà le sue prime osservazioni sull'oblio, proponendo la nozione di *sedimentazione*, intesa come la prosecuzione inconscia della retenzione. Nel commento di un suo recente ed attento lettore: «una concezione rinnovata del processo ritenzionale (*Ritentionalisierung*) al modo di una concreta sedimentazione (*Sedimentierung*) del senso, di una sua sostanziale "implicitazione" (*Implizierung*)»[25]. Una sorta di «inerzia del senso [che], a ben vedere, dev'essere intesa come una sua disponibilità latente in vista di una possibile riattivazione»[26].

> L'impoverimento in cui incorre il momento intuitivo […] fa sì che il tenore del senso in corso di sedimentazione risulti progressivamente decondizionato dalla particolarità dell'esperienza attuale (dall'occorrenza contingente di questo oggetto in questa situazione)[27.]

Modelli matematici e reti, formali e di senso

Tornando ancora ai numeri interi e partendo dai vissuti primari, fra cui i ritmi che voi menzionate, arricchiti da una varietà di pratiche attive, la costituzione dell'invariante cognitivo e matematico è reso quindi possibile, per Husserl e per noi, dall'oblio delle specificità di ciascuna – dalla linea senza spessore come traiettoria o bordo di qualcosa che va dimenticato, da cui non dipende, al nu-

24 G. Frege, *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, ed. by P. Geach & M-Black, Blackwell, Oxford 19803, pp. 84-85.

25 F. Nobili, *La prospettiva del tempo: l'idealismo fenomenologico di Husserl come autoesplicitazione della soggettività trascendentale*, Mimesis, Milano-Udine 2022, p. 36.

26 Ivi, p. 238.

27 Ivi, p. 244.

mero, come concetto, invariante di una pluralità di pratiche di cui dimenticare le singole caratteristiche. Osservo invece che Frege credeva, con Russell, che la successione degli interi è un assoluto intrinseco alla logica (un'ontologia di tipo platonico, direi) e che l'assiomatica di Peano-Dedekind (PA) fosse "categorica", ovvero possedesse un solo modello (struttura matematica di senso per il formalismo): l'assoluto della sequenza dei numeri interi. Ora, le prove che quell'assiomatica non è categorica, anzi che possiede modelli in ogni cardinalità, sono facili (teoremi di Löwenheim–Skolem, 1915 e 1920), per non dire dei teoremi di "*overspill*" (non si possono isolare assiomaticamente sequenze infinite di numeri interi standard: se ne catturano sempre di non-standard) basati sul semplicissimo teorema di compattezza (anni 1920)[28] – tutti teoremi, a mio avviso non provati prima, certo per la mancanza di alcuni strumenti formali, ma anche per il peso del logicismo di Frege e Russell nella cultura fondazionale – la storia ci suggerisce quali sono i teoremi che si ha voglia di dimostrare. L'ontologia degli interi, e della matematica, il logicismo di Frege (e di Russell) è stata una pista errata del pensiero fondazionale in matematica, per due motivi, di cui il secondo attualissimo.

In primis, per dimostrare la falsità delle ipotesi di Hilbert, nel 1900 e negli anni venti, di dimostrabile coerenza e di completezza sono stati necessari quei monumenti che sono i due teoremi di Gödel (1931)[29]. Ovviamente la completezza alla Hilbert (i tanti modelli di PA sono tutti "elementarmente equivalenti", ovvero l'assiomatica dimostra tutti gli asserti veri nel modello standard) è una ipotesi ben più debole della categoricità di Frege (un solo modello), eppure anche l'ipotesi di Hilbert è falsa: è sorprendente pensare alla categoricità di PA, in epoca di geometrie non-euclidee – tanti modelli delle due negazioni del quinto assioma di Euclide (un «delirio» nel commento di Frege sulla geometria riemanniana[30] – un primo passo verso la relativizzazione einsteiniana degli spazi). Hilbert, grande matematico, anche se scientista (pensa che con un solo strumento «potenzialmente meccanizzabile», l'assiomatica formale, «si possa dir tutto», che essa sia completa), fa ipotesi ben più deboli e ragionevoli, quindi difficili da dimostrar false. Alla luce dei teoremi di Gödel, che falsificano Hilbert, il mistici-

28 Si potrebbe obiettare che l'assiomatica di Frege è (implicitamente) del secondo ordine, "impredicativa", quindi categorica. Oltre essere una bestemmia per Russell (per tutto il suo impegno a costruire fondamenta predicative, ben stratificate, la sua Teoria dei Tipi), questo sarebbe grazie alla *Basic Law V*, al cuore del paradosso di Russell che demolì il sistema. Il moderno sistema ACA0 , che ripara l'errore, non è categorico (S. G. Simpson, *Subsystems of Second-Order Arithmetic,* Cambridge University Press, Cambridge 2009).

29 Per una discussione anche in relazione ai lavori di Poincaré ed Einstein, vedi G. Longo, *Interfaces of Incompleteness*, in G. Minati, M. Abram, & E. Pessa, (eds.), *Systemics of Incompleteness and Quasi-systems*, Springer, New York (NY) 2018 [https://www.di.ens.fr/users/longo/files/PhilosophyAndCognition/Incompleteness.pdf].

30 J. Tappenden, *Geometry and Generality in Frege's Philosophy of Arithmetic*, «Synthese», 102, 3, 1995.

smo ontologico e "categorico" di Frege fa sorridere, talmente è facile dimostrarlo falso – fra paradossi di Russell (un gioco di parole da raccontare in barberia[31]) e Löwenheim–Skolem.

Veniamo al secondo aspetto matematico dell'errore fondatore della filosofia analitica: l'oblio (sprezzante) dell'oblio e, con esso, lo sguardo fissato solo sul linguaggio ed il numero, distaccati dal mondo e, ad un tempo, essenza del mondo, origine e chiave del mondo. Per tre decenni, diciamo dal 1956 (la Dartmouth Conference, Hanover, New Hampshire), l'impostazione analitica ha dominato l'Intelligenza Artificiale (IA): sistemi linguistici, scritturali, logico-deduttivi, formalizzati e ben programmati, avrebbero permesso di modellizzare (nel senso ingegneristico di "simulare", astraendo matematicamente), fino a rimpiazzare in tutto l'intelligenza umana. Pochi ricercatori isolati osarono seguire l'idea delle «reti matematiche di neuroni» di Frank Rosenblatt[32], tentativo di simulazione delle dinamiche cerebrali. I risultati della pista logico-formale in IA sono stati nulli. Alla fine degli anni 1980, quel «medioevo della IA», come definito da Y. Le Cun, venne superato grazie ad una svolta: i metodi di «*back-propagation*» in reti neuronali (matematiche) su molti strati[33].

In breve, le «reti neuronali», modellizzazione un po' semplicistica e in due dimensioni dei neuroni animali, vennero messe su più strati, nelle tre dimensioni. Donde il «Deep Learning»: *profondo* semplicemente perché in tre dimensioni – pur evocando la profondità del pensiero, del Requiem di Mozart… astuzia pubblicitaria tipica dei promotori dell'IA; *apprendimento* perché metodi di filtraggio dell'immagine, convoluzione dei punti e delle forme "salienti", retro-propagazione che rivede la selezione dei pixels memorizzati ad ogni applicazione dell'algoritmo, permettono di cancellare e riscrivere la memoria digitale, simulando efficacemente… l'oblio – tecnica numerica per costituire gradualmente degli "invarianti", delle forme grosso-modo ricorrenti. Ovvero, la macchina "impara" grazie a tecniche matematiche non banali (equazioni differenziali, ondine, ri-normalizzazione…) che permettono di isolare/mettere in evidenza gli invarianti di un'immagine, di un suono… cancellando il resto, quel che non è stabile. Così, dopo aver "*scanned*"migliaia di foto di gatto, la costruzione pixellata di

[31] Geniale all'epoca, ma facilmente risolto (Russell, Zermelo) ed il solo citato da troppi filosofi a tutt'oggi. Lo si raffronti a paradossi matematicamente profondi, come quello di Zenone o quello di Girard in Teoria dei Tipi (T. Coquand, *An Analysis of Girard's Paradox. Logic in Computer Science*, «Logic in Computer Science», 1986).

[32] F. Rosenblatt, *The Perceptron: A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain*, «Psychological Review», 65, 6, 1958, pp. 386-408.

[33] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, and R. J. Williams, *Learning Representations by Back-Propagating Errors*, «Nature», 323, 6088, 1986, pp. 533-536; Y. LeCun, B. Boser, J. S. Denker, *et. al*, *BackPropagation Applied to Handwritten Zip Code Recognition*, «Neural Computation», 1, 4, 1989, pp. 541-551.

invarianti delle immagini, dimenticando quel che non è ricorrente, permette di riconoscere un gatto. Questo è ben lontano dall'oblio retensivo e protensivo (o anche intenzionale) della cognizione animale (e umana, l'Husserl di cui abbiamo parlato), carico di senso, di emozioni, di corporeità – ma ne è una buona simulazione computazionale. Come già osservavo in *Matematica e senso*[34], un bimbo impara per sempre cosa è un gatto avvicinandone uno, una sola volta, nel timore, nell'emozione, carezzandolo con la mano guidata dalla mamma e capendo ad un tempo perché la mamma lo chiama «gattino mio» – una tipica costruzione intrecciata del senso del mondo[35].

Per riassumere, dopo gli anni bui dell'IA logico-deduttiva, fregeana-hilbertiana, intesa simulare l'umano tramite codifiche numeriche, logico-deduttive, del linguaggio e del mondo, la rivitalizzazione, da parte di Hinton, Le Cun ed altri (citati, anni 1980), dell'intuizione di Husserl del 1891 sull'oblio, senza conoscerla, ha persino permesso di fare macchine che simulano molto meglio l'intelligenza umana. Il logicismo ed il formalismo mostrano così il vuoto in cui hanno sprofondato l'intelligibilità della cognizione umana e, peggio, animale, perfino per chi vuole solo simularla con una macchina. E questo senza nulla togliere ai meriti di chiarificazione logico-concettuale che vanno a Frege per aver proposto principi logici chiari di "introduzione" ed "eliminazione" dei quantificatori ("per ogni" ed "esiste"), così importanti in matematica, in un'epoca in cui illustri matematici confondevano, ad esempio, continuità ed uniforme continuità di funzioni, che è solo questione di una diversa alternanza di tali quantificatori. Né ad Hilbert per i meriti del "metodo assiomatico", per il suo lavoro da matematico ed il rigore delle sue congetture errate – il loro interesse e chiarezza hanno permesso grandi risultati negativi, che hanno aperto nuove vie[36].

I ritmi del tempo

Per tornare al tema proposto, appena c'è vivente, c'è un ritmo: metabolico, poi cardiaco, respiratorio… esperienza primaria, vissuto temporale di ogni organismo. Nei placentati, e forse in tutti i mammiferi, il ritmo cardiaco, il frastuono del battito del cuore della madre, è un'immersione primaria nella vita, con i suoi

[34] G. Longo, *Matematica e senso. Per non divenir macchine*, cit.; Id., *Le cauchemar de Prométhée. Les sciences et leurs limites*, PUF, Paris 2023 [https://www.di.ens.fr/users/longo/files/Couv_Table-introLeCauchemarPromethee.pdf].

[35] «Lungo questo ricorrere di attualità e potenzialità d'esperienza, la forma temporale intesse la storia correlativa dell'io e del mondo nell'unità di una genesi condivisa. La fenomenologia genetica interroga a ritroso le tracce disseminate di questa storia sedimentaria» (F. Nobili, *La prospettiva del tempo*, cit., p. 247).

[36] G. Longo, *Le cauchemar de Prométhée,* cit.

ritmi. Poi, la fisica, da Aristotele a Einstein, ha spazializzato il tempo dell'inerte, lo ha fatto "vedere", identificandolo con un movimento regolare nello spazio; noi abbiamo tentato di "schematizzare" i ritmi biologici con rappresentazioni geometriche[37]. Quando ho chiesto a mia figlia Sara, cantante jazz[38], come "vedesse" il tempo, lei mi ha risposto che non lo "vede", ma che lo sente con il corpo.

Nel nostro approccio, abbiamo distinto fra ritmi biologici e frequenze fisiche. I primi sono impregnati di irregolarità che contribuiscono alla resilienza dell'organismo[39] e non hanno una dimensione fisica ("scalano" con le durate di vita). Le seconde hanno le regolarità di rotazioni planetarie, di oscillazioni atomiche, di orologi ed hanno la dimensione dell'inverso di un tempo. Il "coordinamento" dei ritmi propri ai diversi animali, il loro fine-tuning dinamico con le frequenze fisiche (il Sole, la Luna) e delle piante (per la caccia, la pollinizzazione…), è al cuore della viabilità di un ecosistema. Ovvero:

> *The time of an ecosystem is a tissue of interacting rhythms and frequencies: when deforming these interactions or their tissue, rhythms, frequencies and their tuning change; conversely, a deformation of rhythms or frequencies and of their tuning modifies the tissue, the time of the ecosystem*[40].

In conclusione, come scrive Alessandro Sarti nel suo testo, in riferimento alla eterogenesi matematica cui lavorano: «l'idea dell'a-priori kantiano è completamente rovesciata. Non è più lo spazio ad essere primario, ma è il processo: un processo che inventa gli spazi»… ed il tempo. Per loro e per noi, i processi del vivente producono gli spazi ed il tempo (il loro Aion[41]). Un tempo proprio al vivente che differisce e si aggiunge al tempo irreversibile della termodinamica, in quanto *generato* dalle deformazioni del tessuto ritmico dell'ecosistema, un tempo non ritmato a priori perché deformazione di ritmi in interazione. Non andrebbe solo mostrato, ma anche sentito insieme, con i corpi.

37 F. Bailly, G. Longo, M. Montévil, *A 2-dimensional Geometry for Biological Time*, «Progress in Biophysics and Molecular Biology», 106, 3, 2011, pp. 474-484 [https://www.di.ens.fr/users/longo/files/CIM/2-dimTime.pdf].

38 Il sito è al seguente indirizzo: [https://www.saralongosings.com/].

39 Si vedano gli schemi spiraleggianti in Bailly *et al.* appena citato (figura 6, p.15), disegnati sulla base di dati di cardiologia (su 24 ore: ogni picco è un tempo inter-battiti, tanto più alto quanto questo è più lungo; la parte dei ritmi più lenti è la notte). François Nicolas, musicista e matematico all'IRCAM, in riferimento alla nostra rappresentazione, paragonò l'andamento ritmico di un cuore sano, ricco di irregolarità contenute e coordinate, ad una buona orchestra sinfonica con le individualità dei musicisti, e due dei casi patologici descritti (seguiti da arresto cardiaco), ad una cattiva banda militare: troppa regolarità ed improvvise, gravissime aritmie.

40 G. Longo, *Confusing Biological Twins and Atomic Clocks. Today's Ecological Relevance of Bergson-Einstein Debate on Time*, in A. Campo and S. Gozzano (eds.), *Einstein vs Bergson. An Enduring Quarrel of Time*, De Gruyter, Beerlin-Boston 2021 [https://www.di.ens.fr/users/longo/files/TwinsVScloks.pdf], dove si ritorna anche sul paradosso di Zenone, fra spazio e tempo.

41 A. Sarti, G. Citti, D. Piotrowski, *Differential Heterogenesis*, cit.

3. Verso un'eterogenesi del senso. Risposte di Alessandro Sarti

Devo premettere che non mi considero un filosofo delle matematiche, o comunque decisamente meno di Giuseppe e Fernando, in quanto mi occupo solo marginalmente del «*pensée des mathématiques*» essendomi concentrato piuttosto sulle «*mathématiques de la pensée*», cioè su come si genera il pensiero. O per usare un termine caro a Gilbert Simondon su come si *individua* il pensiero e più in generale il divenire delle forme. Questo non preclude intersezioni dense tra i diversi approcci alle filosofie della matematica. Anzi, le moltiplica.

Intensità

Quando ci chiediamo, come fa Rossella Fabbrichesi, cosa aggiungono le matematiche a un gesto o a una pratica, direi, con Leibniz, che le matematiche ci aiutano a capire che quel gesto o quella pratica si è sviluppato a partire da un campo di forze. Campo che per sua natura non è percepibile, cioè esiste prima del fenomeno stesso, perché è preindividuale (Simondon[42]) o virtuale (Deleuze[43]). Quel piano che ci interessa indagare è cioè intensivo. Per comprendere quel processo è necessario un linguaggio capace di concettualizzare l'intensivo. Gilles Deleuze riprenderà il calcolo differenziale di Leibniz per sviluppare tutta una filosofia adeguata a cogliere l'espressione e il divenire dei fenomeni in termini di attualizzazione di vincoli intensivi. Ecco, qui il termine chiave è differenziale come rapporto di differenze che vanno a zero, cioè come limite di un rapporto di differenze. Il fatto che al limite, quando le differenze tendono a zero, qualcosa rimanga è qualcosa di eccezionale: è la nascita di una grandezza intensiva. Deleuze a questo proposito spiega nei suoi corsi a Paris 8 negli anni Ottanta:

> le quantità intensive sono espresse, definite univocamente, dalla loro distanza da zero. Pertanto, è del tutto normale che, se le essenze sono quantità intensive, siano espresse in relazioni differenziali, poiché la quantità intensiva è inseparabile da una definizione rispetto a zero, e che la relazione differenziale è proprio quella. Tutto diventa luminoso[44].

È chiaro, a questo punto tutto si chiarisce, tutto si spiega, conclude Deleuze. Se comprendiamo il passaggio materiale, processuale, dall'intensivo alla sua attualizzazione nelle forme estese nello spazio e nel tempo, abbiamo capito cos'è il processo di emergenza delle forme e del reale, quelli che chiamiamo, appun-

---

42 G. Simondon, *L'individuation à la lumière des notions de forme et d'information,* J. Million, Paris 2015.

43 G. Deleuze, *Difference and Repetition*, 1968, Eng. tr. Columbia University Press, New York 1994.

44 Corso a Parigi 8 del 10/03/81.

to, i fenomeni. L'entusiasmo deleuziano per la scoperta del differenziale non è eccessivo visto che la possibilità stessa di percepire si nasconde nei concetti di differenza e differenziale. Anche dal punto di vista neurofisiologico, infatti, studi recenti mostrano che le cellule nervose delle aree senso-motorie sono sensibili solo alle *variazioni* di stimoli interni o esterni. L'esperienza sensibile si deve cioè alle variazioni dello stimolo e in mancanza di variazione sono le saccadi a indurre una differenza forzata. Senza queste variazioni saremmo ciechi, muti, sordi. Tutto quello che possiamo conoscere ed esperire è dovuto a differenze. Quindi i concetti matematici di differenza e di differenziale ci permettono di accedere alla processualità del piano intensivo, che darà origine alle forme estese attraverso la sua integrazione, operazione duale rispetto alla differenziazione.

Morfologie

L'apporto teorico (per tornare alla questione posta da Rossella Fabbrichesi) dell'operazione matematica di integrazione non è meno importante di quella della differenziazione. Se le costellazioni di vincoli differenziali abitano il piano virtuale intensivo, è solo la loro integrazione che può dare luogo alle forme fenomeniche che ne sono un'attualizzazione. Le caratteristiche specifiche di questa operazione matematica non sono trascurabili. Infatti, durante l'integrazione, l'informazione presente in ogni punto si propaga in qualsiasi altro punto adducendo "organicità" alla forma che si viene a costituire. Ogni forma che si sviluppa per integrazione di un piano differenziale è quindi una *morfologia* nel senso goethiano e, a seguire, delle diverse scuole di fenomenologia della Gestalt.

L'integrazione stabilisce sempre relazioni di campo tra i punti in modo tale che ogni punto della soluzione sia correlato a ogni altro punto. L'integrazione è un'operazione olistica in quanto le differenze diventano le sorgenti di un campo. Questo processo di differenziazione/attualizzazione ci permette di comprendere meglio la differenza tra la teoria dei colori di Goethe e quella di Newton: i colori di Newton derivano dalla misurazione diretta della lunghezza d'onda della luce, mentre i colori di Goethe, ovvero i colori percepiti, sono il risultato di un processo di differenziazione della lunghezza d'onda fisica e della successiva integrazione neurofisiologica. Questo processo di differenziazione/attualizzazione induce effetti di campo, per cui ogni colore percepito dipende dal contrasto con tutti gli altri. L'integrazione introduce quindi il carattere di campo della percezione del colore. Questo carattere di campo è stato studiato a fondo a partire dagli esperimenti di Johann Wolfgang Goethe nella sua *Teoria dei colori*[45]).

[45] J.W. Goethe, *Theory of Colors,* 1881. L'edizione standard degli scritti scientifici di Goethe, che contiene sia la *Teoria dei colori*, che i *Contributi all'ottica* è a cura di G. Schmidt, W. Troll, L.

Oggi possiamo capire meglio la costituzione di *Gestalten* anche attraverso modelli neurofisiologici che mostrano che la costruzione di unità morfologiche è dovuta al processo di differenziazione messo in atto dai campi recettori delle cellule, seguito dall'integrazione operata dalla connettività orizzontale a lungo raggio[46].

Strutture

È quindi l'articolazione dei vincoli differenziali sul piano intensivo che «ridisegna il mondo a propria guisa», per provare a rispondere alla domanda di Eleonora Buono, e le conseguenze di tale articolazione investono la fisica, la semiotica, l'antropologia, la vita nel suo significato più esteso.

Se osserviamo questa articolazione dal punto di vista della fisica, vediamo costellazioni differenziali immutabili ed eterne. I vincoli differenziali sono invarianti per la fisica, a dispetto dell'infinità delle forme attualizzate. Lo spazio di possibilità di tali forme è quindi vasto ma fissato a priori. In questo regime della produzione fenomenale, quello fisico, il piano intensivo è bloccato e i rapporti di forza stabiliti a priori.

Sarà solo con lo strutturalismo dinamico di René Thom e Jean Petitot che la fissità del vincolo differenziale comincerà ad essere messa in discussione, seppur parzialmente. Thom e Petitot osservano infatti che agendo su parametri del vincolo (funzionale lagrangiano, hamiltoniano o equazionale) è possibile controllare la dinamica in modo da poter scegliere, all'interno di uno spazio di possibilità, una soluzione o un'altra. In questo modo lo spazio di possibilità viene partizionato in bacini di attrazione e tramite la variazione di opportuni parametri si può orientare la soluzione verso un bacino o un altro. Questo dispositivo di partizione dello spazio di possibilità, associato a un controllo della dinamica, definisce la *struttura* nella teoria dello strutturalismo dinamico thomiano-petitotiano[47].

In questo contesto si dà la possibilità al sistema di biforcare (da un bacino a un altro), cioè di passare anche in modo brusco e repentino da uno stato a un altro. Il dispositivo matematico alla base dello strutturalismo dinamico è fornito dalla teoria delle catastrofi elaborata da René Thom[48]. Questa teoria consente

Wolf, D. Kuhn, W. von Engelhardt, *Die Schriften zur Naturwissenschaft*, Bohlaus, Weimar (Germany) 1947. La traduzione in inglese di parti della *Theory of Colors* e di opere correlate si può trovare in J. W. von Goethe, *Scientific Studies*, ed. and tr. by D. E. Miller, Suhrkamp, New York 1988.

46 G. Citti & A. Sarti, *A Gauge Field Model of Modal Completion*, «Journal of Mathematical Imaging and Vision», 52, 2, 2014, pp. 267-284 [https://doi.org/10.1007/s10851-015-0557-0].

47 J. Petitot, *Morphogenèse du sens. Pour un schématisme de la structure*, Presses Universitaires de France, Paris 1985.

48 Thom R., *Structural Stability and Morphogenesis: An Outline of a General Theory of Models*, Addison-Wesley, Reading (Massachusetts) 1989.

grande flessibilità nel controllo delle biforcazioni, motivo che ha permesso alle morfodinamiche strutturali di schematizzare fenomeni di morfogenesi in una grande varietà di ambiti.

La morfodinamica strutturale implementa infatti in un sistema dinamico l'ontologia posizionale dello strutturalismo classico introdotta, tra gli altri, da De Saussure, Greimas, Lévi-Strauss, Jakobson, Lacan. Progettando opportunamente le dinamiche qualitative nello spazio strutturale, è stato possibile schematizzare il segno saussuriano in semiotica strutturale[49], il quadrato semiotico greimasiano[50] o ancora le strutture narrative profonde[51] e la formula canonica del mito di Lévi-Strauss in antropologia strutturale[52]. Questi sono solo alcuni dei risultati ottenuti applicando il dispositivo morfodinamico strutturale.

Nonostante la potenza esplicativa dello strutturalismo dinamico e la sua capacità di rendere intelligibile una grande varietà di fenomeni, non sono da sottovalutare i suoi limiti. Se in fisica il piano differenziale/intensivo è fissato, nella morfodinamica strutturale diventa un piano di controllo. Le dinamiche possono quindi variare, ma il loro spazio di possibilità è dato a priori. La struttura diventa quindi il nuovo invariante. Questo tipo di matematiche ridisegna il mondo (Eleonora Buono) come una concatenazione di sistemi controllabili e controllati. Molto diversa è la concezione del mondo nell'eterogenesi.

Eterogenesi

Le strutture sono dispositivi di categorizzazione in cui le categorie sono fissate così come la relazione tra loro. Implementano un'ontologia posizionale invariante codificata nella partizione dello spazio di possibilità in bacini di attrazione. I punti di minimo dei bacini di attrazione si chiamano singolarità.

Tale fissità categoriale e relazionale è criticata a fondo da Gilles Deleuze in *Differenza e ripetizione*, che contrappone il concetto di diagramma a quello di struttura. Nel diagramma le singolarità non vengono più *controllate* ma piuttosto *composte*. E questa composizione ha i caratteri dell'immanenza, piuttosto che quelli della trascendenza strutturale. Tanto che la loro costellazione può arrivare

49 D. Piotrowski, *Morphogenesis of the Sign,* Springer Nature, Berlin 2017.

50 J. Petitot, *Topologie du carré sémiotique*, «Études Littéraires», Université de Laval, Québec 1977, pp. 347-428.

51 J. Petitot, *Catastrophe Theory and Semio-narrative Structures,* in P. Perron, F. Collins, John Benjamins (eds.), *Paris School of Semiotics*, vol. I, John Benjamins Publishing, Amsterdam 1989, pp. 177-212.

52 J. Petitot, *Approche morphodynamique de la formule canonique du mythe*, «L'Homme», 106-107, XXVIII (2-3), 1988, pp. 24-50.

ad essere definita provocatoriamente da «un tiro di dadi»[53]. Il piano intensivo è abitato quindi da costellazioni di singolarità (minimi dei bacini di attrazione) che si compongono e scompongono continuamente. *E qui il corto circuito tra pensiero e matematiche si fa esplicito*. Le idee non sarebbero altro che composizioni di singolarità che costituiscono il problema matematico da risolvere. Il pensiero sarebbe appunto l'attualizzazione delle configurazioni intensive e più precisamente la loro integrazione. L'intreccio tra matematica e filosofia si fa talmente denso che l'apporto delle matematiche alla teoria si confonde con l'apporto della teoria alle matematiche.

Nonostante il tentativo di superare il concetto di struttura sia evidente in questa fase dell'elaborazione deleuziana, gli esempi matematici rimangono ancorati all'ontologia posizionale strutturalista e a un sistema di biforcazioni che non può che essere parametrico rispetto all'operatore differenziale. L'operatore differenziale rimane ancora l'invariante fondamentale a meno di variazioni parametriche. Per superare definitivamente la trascendenza strutturale e rendere immanente il piano intensivo, che sembra essere l'obiettivo del progetto filosofico deleuziano, bisognerà attendere *Mille piani*[54] e il concetto di assemblaggio: «un assemblaggio (*agencement*) è precisamente una crescita di dimensione di una molteplicità che cambia necessariamente di natura, nella misura in cui aumenta le sue connessioni».

Che significa che gli assemblaggi necessitano di esteriorità che vengono assemblate agli spazi di possibilità della dinamica, così da aumentarne la dimensione. Se per Deleuze e Guattari una *molteplicità* è una varietà riemanniana, l'*agencement* è qualcosa di più, è una *molteplicità di molteplicità*, cioè una molteplicità di varietà eterogenee tra loro. Con Giovanna Citti e David Piotrowski[55] abbiamo cercato di esprimere questo concetto tramite gli strumenti delle matematiche contemporanee e più precisamente con la geometria sub-riemanniana in cui i generatori dello spazio possono cambiare punto per punto. In questo modo lo spazio viene inventato di volta in volta dalla composizione singolare. Dal punto di vista delle neurogeometrie, introdotte da Jean Petitot alla fine degli anni Novanta[56] e su cui abbiamo lavorato con Giovanna Citti per oltre 20 anni[57], significa introdurre la plasticità nelle architetture funzionali che fino a quel momento erano state considerate strutture.

---

53 G. Deleuze, *Difference and Repetition*, cit, p.255.

54 G. Deleuze, F. Guattari, *Mille piani. Capitalismo e schizofrenia* (ed. or. 1980), Castelvecchi, Roma 2010, p.41.

55 A. Sarti, G. Citti, & D. Piotrowski, *Differential Heterogenesis and the Emergence of Semiotic Function*, «Semiotica», 230, 2019, pp. 1-34; A. Sarti, G. Citti and D. Piotrowski, *Differential Heterogenesis: Mutant Forms, Sensitive Bodies*, Springer-Nature, Cham 2022.

56 J. Petitot, *Elements of Neurogeometry: Functional Architectures of Vision*, Springer, Cham 2017.

57 G. Citti, A. Sarti, *Neuromathematics of Vision*, Springer, Heidelberg 2014.

Qui l'idea dell'a-priori kantiano è completamente rovesciata. Non è più lo spazio ad essere primario, ma è il processo: un processo che inventa gli spazi. Se nelle strutture e nei diagrammi erano le biforcazioni a rompere la simmetria della soluzione senza toccare l'invarianza dell'operatore, ora è l'operatore stesso che perde invarianza e può mutare da punto a punto nello spazio e nel tempo.

Questo rappresenta un po' il passaggio principale verso quelle dinamiche post-strutturali che Deleuze e Guattari chiamano eterogenesi. Nell'eterogenesi il divenire non emerge più tramite generatori intensivi omogenei nello spazio e nel tempo, ma introduce la possibilità di mutare le leggi e lo spazio di possibilità. In questo senso, la composizione eterogenetica pone le condizioni per una morfogenesi immanente. Quindi, se nella fisica il virtuale era bloccato e nello strutturalismo il virtuale era sotto controllo parametrico, in questo caso il virtuale diventa un piano di composizione di spazi e di operatori.

Qui la matematica ridisegna il mondo (Eleonora Buono) in modo materialista ma mantenendo aperto uno spazio per l'*evento*, dove il *possibile* non è dato a priori ma può essere inventato in ogni ordine di processualità. Si potrebbe dire che queste matematiche mettono in scena il mondo spinoziano dove non è assurda la compatibilità tra causalità e composizione.

Espressione e enunciazione (Enrico Redaelli e Maria Regina Brioschi)

Se nella semiotica strutturale del Petitot di *Morfogenesi del senso*[58] gli spazi espressivi, cioè gli spazi di possibilità delle dinamiche, sono fissati a priori, con l'eterogenesi è la sostanza dell'espressione stessa ad essere inventata insieme al suo spazio di possibilità. L'eterogenesi non è altro che una teoria della sostanza che diventa operatoriale perdendo ogni trascendenza.

L'intero processo di enunciazione diventa un assemblaggio di virtuali che si attualizzano nel discorso. Claudio Paolucci ha per primo costruito una teoria semiotica dell'atto di enunciazione (cioè l'atto di produzione del discorso) considerandolo come eterogenesi differenziale[59]. Come per Deleuze e Guattari quando introducono l'«agencement collettivo di enunciazione»[60], secondo Paolucci il soggetto non è l'unica istanza enunciante, ce ne sono piuttosto numerose. Produrre un enunciato significa attualizzare abitudini virtuali, o anche potenziarle. L'enunciazione è un atto di passaggio tra modi di esistenza: produrre un

58 J. Petitot, *Morphogenèse du sens. Pour un schématisme de la structure*, cit.

59 C. Paolucci, *L'énonciation en tant qu'hétérogénése différentielle*, in A. Sarti, G. Citti (éds.), *Dynamiques post-structurelles: Essai sur le devenir des formes*, Spartacus, Paris 2023.

60 G. Deleuze, F. Guattari, *Mille piani*, cit., p.40.

enunciato significa mantenere presente un insieme di norme, un insieme di usi, un insieme di rapporti differenziali che costituiscono uno schema[61].

La creazione matematica non sfugge a questa eterogeneità enunciativa, per rispondere a Enrico Redaelli e Maria Regina Brioschi. Si tratta cioè di una pratica immaginativa che è situata, storica, incarnata. Piuttosto che cercare i fondamenti delle matematiche in qualche a-priori logico-formale, è sicuramente più utile cercare di comprendere la composizione immanente delle istanze enuncianti e delle loro ragioni individuali e collettive.

Il discorso matematico stesso è irriducibile a delle semplici catene causali di funtori e porta sempre con sé un insieme di elementi diagrammatici, percettivi e concettuali. Benché il lavoro del matematico venga confuso spesso con l'attività di risolvere problemi, la pratica più difficile e creativa consiste invece nel (com) porre problemi che abbiano senso. E quella ricerca di senso non è diversa da quella del filosofo, dell'artista o del compositore musicale.

Da questo punto di vista la creazione matematica è sempre trans-individuale e situata culturalmente e storicamente. È appunto un agencement collettivo di enunciazione.

Ritornelli (Florinda Cambria e Carlo Sini)

Una forma particolare e ricorrente di enunciazione è quella del ritornello. Ci dicono in *Mille piani* Deleuze e Guattari[62] che il ritornello è quel motivetto che cantiamo la notte in un vicolo buio per sentirci più sicuri. È una forma di protezione dai pericoli dei territori che non conosciamo. È un vero e proprio ritaglio dal caos. È sapere che un evento ritornerà puntuale e possiamo attenderlo con fiducia. Ritornerà ovviamente con il suo ritmo e su quel ritmo possiamo contare. Ecco, *contare su un ritmo* mi sembra che potrebbe essere una spiegazione ragionevole dell'invenzione dei numeri naturali. Poche invenzioni si pongono così perentoriamente come barriera al dilagare del caos come i numeri naturali.

Ma si sa, le palizzate contro il caos ritagliano territori sicuri, ma escludono i territori più interessanti che non si possono conoscere senza prendere il coraggio di giocare e confondersi con il caos. Quindi non è privo di senso pensare a un tempo non pulsato come fa Pierre Boulez, cioè un tempo liberato dalla battuta regolare o irregolare. «Un tempo non pulsato ci mette in presenza di una molteplicità di durate, eterocrone, qualitative, non coincidenti, non comunicanti»[63]. Non

61 C. Paolucci, *Persona*, Bompiani, Milano 2020, capitoli 2 e 3.

62 Si veda G. Deleuze, F. Guattari, *Mille piani*, cit., parte III, "Sul ritornello".

63 G. Deleuze, *Le temps musical,* IRCAM Cours du 23/02/1978.

solo il ritmo si sfalda, ma le note stesse diventano molecole musicali, parti di un continuo. È il continuo della retta dei numeri reali. È un ritmo che si attualizza sul continuo e sulle sue compressioni, rarefazioni, deformazioni. La sostanza musicale diventa un intensivo eterogeneo e la musica una modalità eterogenea dell'individuazione. Cioè un'eterogenesi musicale, direbbe Guattari[64]. O, diremmo noi da un punto di vista matematico (e come un ritornello): un'eterogenesi differenziale.

Su questi piani dell'eterogenesi differenziale l'intersezione con il lavoro di Giuseppe Longo e Fernando Zalamea è sicuramente densa e ricca di elementi su cui vale la pena riflettere dal momento che da un lato il tema della variazione dello spazio di possibilità è emerso a più riprese nell'ambito delle scienze del vivente [65], pur non essendo mai stato matematizzato. Dall'altro il lavoro enorme sviluppato da Alexander Grothendieck e che Fernando arricchisce con una lettura critica imprescindibile[66], si orienta proprio a definire ponti e assemblaggi tra topos, introducendo un'eterogeneità algebrico-topologica che sarebbe interessante mettere in parallelo all'eterogeneità differenziale-morfologica dell'approccio eterogenetico.

4. Complessità e elasticità: per una matematica vivente. Risposte di Fernando Zalamea

La matematica è una scienza complessa, che integra diversi tipi di attività legate ai tre modi della conoscenza scientifica secondo Peirce: (1) immaginazione (costruzione di ipotesi, abduzione), (2) ragione (costruzione di prove, deduzione), (3) adeguazione (confronto tra le prove e la realtà, induzione). Nella sua pratica (Maria Regina Brioschi), il matematico parte da idee vaghe, esempi, visioni sfocate, intuizioni elastiche, che poi affina attraverso un ampio apparato di definizioni e prove rigorose, restringendo progressivamente i concetti, per reintegrarli infine nell'edificio matematico astratto o indirizzarli verso applicazioni esterne. L'istanza creativa (Enrico Redaelli) è fondamentale, irriducibile alla logica deduttiva, ma strettamente intrecciata con essa. Nell'ambiente creativo, l'impulso centrale è dato da visioni olistiche, intrecci insospettabili, aggiustamenti precedentemente inosservati. Il matematico ridisegna il mondo (Eleonora Buono) nel costante oscillare tra il 1-2-3 peirceano, applicato alle strutture matematiche.

[64] F. Guattari, *L'hétérogenèse dans la création musicale*, «Chimères», 50, 2003, pp. 142-146.

[65] S.A. Kauffman, *A World beyond Physics: The Emergence and Evolution of Life*, Oxford University Press, Oxford 2019; F. Bailly, G. Longo, *Mathematics and the Natural Sciences*, Imperial College, London 2011.

[66] F. Zalamea, *Filosofía sintética de las matemáticas contemporáneas*, Universidad National de Colombia, Bogotà 2012; F. Zalamea, *Grothendieck: Una guía a la obra matemática*, Publicaciones Electrónicas Sociedad Matemática Mexicana, Serie: Cursos., vol. 5, 2018 [https://www.pesmm.org.mx/Serie%20Cursos_archivos/smm2018Cursos5Zal.pdf].

La trascrizione (*transcriptio*) trasferisce le diverse conoscenze parziali in ciascuno di questi ambiti, ma non solo come "trasferimento scritto" o "attraversamento scritto", in senso stretto, bensì come "trasferimento di conoscenze". I processi sono interamente dinamici e combinano un'altra elevata specificità della matematica: il transito incessante tra i campi della modalità, ricorrendoli in tutte le direzioni, dal possibile (1, ipotesi), al necessario (2, deduzione) e all'attuale (3, induzione). Il ritmo del conoscere e del ri-conoscere strutture e immagini in queste gerarchie modali (Florinda Cambria, Carlo Sini) conferisce alla matematica tutta la sua forza.

Una matematica rigida, che cerca solo i propri fondamenti, priorità della percezione anglosassone della filosofia matematica (filosofia analitica), ha un senso molto ristretto, prezioso per studiare con estrema attenzione frammenti della logica classica, della teoria degli insiemi e dei numeri elementari, ma inutile e malsano per osservare la vera matematica in azione (teoria avanzata dei numeri, algebra astratta, topologia, variabile complessa, geometria algebrica, geometria differenziale, analisi funzionale, in sintesi tutto ciò che è stato inventato di importante in matematica negli ultimi due secoli). Per questo sono fondamentali altre prospettive, come le logiche non classiche, la teoria delle categorie, la teoria dei fasci, che servono da base per visioni filosofiche non restrittive. Qui acquista un ruolo preponderante la logica intuizionista, strettamente legata alla topologia e alla teoria dei topos, poiché questo ambiente spaziale, alternativo al classicismo insiemistico, rende completamente flessibile l'apparato delle trascrizioni (Buono) tramite le traduzioni logiche in fasci e topos, aiuta la nascita della creatività (Redaelli) attraverso il "soggetto creatore" di Brouwer, promuove l'intersoggettività delle pratiche (Brioschi) grazie al fare metodologico di Grothendieck, e offre una buona misura del matematico come essere umano (Cambria, Sini), attraverso l'esempio di grandi matematici alternativi, che aprono strade difficili per la compassione e l'intelligenza[67].

Giuseppe Longo sottolinea l'importanza delle frizioni, delle costruzioni, delle organizzazioni, in una matematica elaborata dalla civiltà umana e che non si trova "già lì" nella natura, indipendentemente dal nostro sguardo. Le pratiche creative dei matematici (l'1 peirceano) danno origine a figure e numeri che si stabilizzano nel tempo (il 3 peirceano) e poi, sorprendentemente – è la grande questione della filosofia matematica (Wigner) – servono a spiegare il mondo (il 2 peirceano). In questi transiti, una sorta di proto-geometria universale (Riemann, Grothendieck, Connes) sembra guidare le connessioni tra spazio e numero, tra continuità

[67] L.E.J Brouwer, *Vita, arte e mística*, Adelphi, Milano 2015; A. Grothendieck, *Récoltes et semailles*, Gallimard, Paris 2022.

e discrezione, tra varietà algebriche e differenziali, come indica Longo. La *trascrizione* tra questi fari è parte essenziale del lavoro matematico. Le dimenticanze, le sedimentazioni, le iterazioni, nella visione di Longo, assicurano la plasticità della rete matematica. In un profondo oscillare tra formalità e intuizione, i ritmi del tempo e del corpo entrano in accordo naturale con i ritmi della matematica.

Da parte sua, Alessandro Sarti sottolinea l'impulso attivo dell'eterogenesi differenziale nell'invenzione matematica. Lo strutturalismo dinamico e la morfologia strutturale (Thom, Petitot) aprono le porte a una matematica viva, attenta alle forme della vita, ma allo stesso tempo produttrice di nuove tecniche per comprendere questo dinamismo olistico. Un'iterazione della molteplicità del pensiero matematico, verso una molteplicità di molteplicità (Sarti, Citti, Piotrowski), affina gli strumenti della geometria sub-Riemanniana per cogliere un'altra fondamentale *trascrizione*: al di là di una ontologizzazione primaria dello spazio, sono «i processi che inventano gli spazi» (Sarti). Ci troviamo di fronte a un salto creativo e metodologico, in cui il virtuale viene ricostruito attraverso una gerarchia di operatori, sia differenziali (nell'emergere delle idee, l'1 peirceano), sia integrali (nell'avvolgere del pensiero, il 3 peirceano).

In sintesi, dopo i grandi contributi dei Maestri geometri e topologi dei secoli passati (Riemann, Poincaré, Hilbert, Brouwer, Hausdorff, Grothendieck, Thom, ecc.), la matematica non può più essere capita come un edificio rigido, fossilizzato, ben fondato, ma come una «macchina nell'aria» (Musil), sempre plastica ed in continuo ripiegamento. La ricchezza di idee che ogni giorno emergono nella risoluzione di problemi difficili si basa su quella speciale duttilità della matematica moderna e contemporanea. Per la filosofia della matematica, la situazione è affascinante, e non bisogna accettare quella «dimissione dell'intelligenza» che Albert Lautman criticava nel recensire le elucubrazioni linguistiche del Circolo di Vienna e che, attraverso la filosofia analitica anglosassone, sono diventate il nostro attuale fardello.