nóema
Rivista online di filosofia

LUDWIG WITTGENSTEIN E I FONDAMENTI DELLA MATEMATICA
Quattro studi: Cantor, Dedekind, il Logicismo, la scoperta in matematica.

Emanuele Rainone

1. Wittgenstein

«Solo pensando ancora più follemente dei filosofi si possono risolvere i loro problemi»[1].Con questo aforisma Wittgenstein si colloca a pieno titolo in quel solco del pensiero contemporaneo che almeno a partire da Nietzsche cerca di pensare la filosofia anche contro se stessa[2], muovendosi nello spazio angusto e aporetico che un tentativo di questo genere comporta: come pensare più follemente della follia dei filosofi per risolvere i loro problemi, se non perpetuando la volontà di verità che è alla radice di quella stessa follia?[3] A quest'istanza del pensiero contemporaneo Wittgenstein ha dato una veste del tutto originale impostando la questione dal punto di vista dell'analisi del linguaggio: la filosofia come terapia che cura i problemi stessi della filosofia interpretati come «malattie del linguaggio». Da questo punto di vista, la Prefazione del *Tractatus* rappresenta una sorta di manifesto dell'intera filosofia di Wittgenstein:

> Il libro tratta i problemi filosofici e mostra – credo – che la formulazione di questi problemi si fonda sul fraintendimento della logica del nostro linguaggio[4].

Non solo, la radicalità con la quale egli ha affrontato il compito di pensare più follemente dei filosofi lo ha condotto ad un'esperienza di pensiero sempre in bilico tra il silenzio e la parola e ad una concezione della ricerca filosofica come lavoro su se stessi[5] nel tentativo estenuante e mai compiuto di trovare quella parola liberatrice in grado di dare la pace dei pensieri[6] e mettere nelle condizioni di poter smettere di filosofare quando si vuole[7].

Ma, a cosa si riferisce precisamente l'autore con l'espressione «problemi della filosofia»? Quali sono quei problemi per la risoluzione dei quali bisognerebbe pensare ancora più follemente dei filosofi che se li pongono? Wittgenstein, diversamente da Nietzsche e da Heidegger, non si occupò di filosofia antica o di storia della filosofia, ma per gran parte della sua vita intellettuale ebbe a che fare con una figura del tutto particolare di filosofia che prende il nome di logicismo e con quei problemi di natura logico-filosofica che,

---

[1] Wittgenstein, *Pensieri Diversi*, Adelphi, Milano 1980, p. 142. È un pensiero che risale al 1948, quando l'autore aveva 59 anni.
[2] Cfr. C. Sini, *Etica della scrittura*, Il Saggiatore, Milano 1992, p.185.
[3] «Che parole sono le sue, se non sono parole che pretendono di essere vere?» (L. Perissinotto, *Logica e immagine del mondo: studio su Über Gewissheit di L. Wittgenstein,* Guerini, Milano 1991, p. 16).
[4] Wittgenstein, *Tractatus logico-philosophicus e Quaderni 1914-1916*, Einaudi, Torino 1998, p. 23.
[5] Wittgenstein, *Pensieri Diversi*, cit. p. 43.
[6] Ivi p. 89.
[7] Wittgenstein, *Ricerche Filosofiche*, Einaudi, Torino 1999, p. 133.

tra gli ultimi due decenni dell'800 e i primi trent'anni del '900, animarono il dibattito sui fondamenti della matematica.

Il giovane studente di ingegneria Ludwig Wittgenstein, ultimo rampollo di una delle più ricche famiglie viennesi dalla cui dimora passò la maggior parte dei più grandi artisti, musicisti e poeti della Grande Vienna di fine secolo[8], si era recato infatti all'età di 22 anni a Cambridge da Bertrand Russell, sotto consiglio di Frege, proprio per studiare logica ed occuparsi in particolare dei fondamenti della matematica[9]. Questo è, in primo luogo, lo sfondo principale della sua formazione filosofica. Con questo non si vuole negare o dimenticare che egli era uomo dalle ampie letture e dai raffinati interessi musicali e culturali. Come è noto, nei suoi pensieri si possono individuare tracce della riflessione di filosofi, scienziati e letterati che nell'Europa di fine '800 in generale e nella Vienna di fine secolo in particolare rappresentavano in vari modi dei punti di riferimento scientifico e culturale: Schopenhauer, Kraus, Tolstoj, Meninger, Hertz, Boltzmann[10]. Questo è un fatto e sono anche possibili ricostruzioni e interpretazioni del suo pensiero che prendono le mosse proprio da quello sfondo[11]. Ma i problemi filosofici che esplicitamente vengono affrontati nei suoi scritti sono, nella maggior parte dei casi, questioni che direttamente o indirettamente sono legate al dibattito sui fondamenti; anche in quei pensieri apparentemente più lontani dalle problematiche specifiche della fondazione della scienza dei numeri che rientrano in quell'ambito di riflessioni solitamente denominate filosofia della psicologia o filosofia del linguaggio. Il *Tractatus* è un'opera che, sebbene in modo del tutto originale, prende le mosse dalle «grandiosi opere» di Frege e dagli scritti di Russell[12], metà delle *Osservazioni Filosofiche* e della *Grammatica Filosofica* e l'intera *Osservazioni sui fondamenti della matematica* sono dedicate in modo esplicito proprio a questioni di logica e matematica, una significativa testimonianza delle lezioni tenute a Cambridge verte sulle stesse problematiche e una parte considerevole delle *Ricerche Filosofiche* trova una sua dimensione di senso - dal ripensamento del *Tractatus* alla questione della regola - proprio in quei problemi filosofici che fanno da sfondo al dibattito sui fondamenti. È innegabile che le affermazioni di Wittgenstein rispetto alle problematiche specifiche e tecniche di quel dibattito, il linguaggio con il quale esse vengono affrontate e l'esposizione aforistica che caratterizza tutto il suo pensiero, sembrano collocare la sua opera in una posizione decentrata se non addirittura inattuale rispetto alle posizioni principali che caratterizzarono quel tipo di riflessione logico-filosofica sulla matematica. L'impressione che egli abbia «sfiorato appena»[13] l'argomento

[8] Cfr. R. Monk, *Wittgenstein: il dovere di un genio*, Bompiani, Milano 2000, p. 12.

[9] Se Wittgenstein si recò da Russell prima o dopo aver incontrato Frege è questione controversa, di fatto in quel periodo ebbe contatti diretti con entrambi (cfr. E. H. Reck, *Wittgenstein's 'Great Debt' to Frege*, in E.H. Reck, *From Frege to Wittgenstein, Perspective on Early Analytic Philosophy*, Oxford University Press 2002, p. 5)

[10] Lo stesso Wittgenstein, in un aforisma del 1931, abbozza una lista di personalità che lo hanno in qualche modo influenzato: «Boltzmann, Hertz, Schopenhauer, Frege, Russell, Kraus, Loos, Weinenger, Spengler, Sraffa» (Wittgenstein, *Pensieri Diversi*, cit. p. 47)

[11] Cfr. A. Janik, S. Toulmin, *La grande Vienna*, Garzanti, Milano 1975.

[12] Cfr. Wittgenstein, *Tractatus*, cit. p. 23.

[13] Wittgenstein, *Osservazioni sui fondamenti della matematica*, Einaudi, Torino 1988, Parte V, par. 16, p. 228.

senza dire nulla di particolarmente interessante o pertinente può effettivamente sorprendere il lettore e non è un caso che le sue tesi in filosofia della matematica siano state oggetto di una critica dura e irriverente proprio da parte degli addetti ai lavori[14]. D'altra parte chi si è occupato principalmente della sua filosofia della matematica lo ha fatto spesso in modo circostanziato e unilaterale, come se quelle riflessioni fossero un capitolo a parte rispetto ai temi principali della sua filosofia o un capitolo afferente a quell'ambito di studi del tutto specifico e particolare che prende il nome di 'filosofia della matematica'. Ne è risultata un'immagine un po' distorta di Wittgenstein, come di un autore che si è occupato in vari modi di filosofia del linguaggio, della psicologia e della matematica; ma soprattutto, ciò che è andato perduto è il senso filosofico delle sue riflessioni sulla logica e la matematica, non solo in relazione al complesso della sua opera, ma proprio allo sfondo a partire dal quale il problema dei fondamenti della matematica assume senso e rilevanza filosofica. Questa situazione si può spiegare probabilmente considerando il fatto che la maggior parte delle personalità che parteciparono al dibattito sui fondamenti erano logici e matematici che intrattenevano un rapporto originale con la riflessione filosofica e la stessa impostazione del problema del fondamento nel suo significato strettamente filosofico si intrecciava, fino a rendersi quasi irriconoscibile, con riflessioni di natura squisitamente logica e matematica il cui sfondo filosofico era difficilmente rintracciabile nei meandri dei numerosi tecnicismi.

Sebbene Wittgenstein non avesse una conoscenza tradizionale e approfondita della storia della filosofia, egli non mancava certamente di acume filosofico e la radicalità con cui affrontò quei problemi logico-matematici lo condusse ad andare al cuore stesso di quelle questioni, smascherandone i presupposti filosofici e mettendone in questione il senso.

Il problema della fondazione della scienza dei numeri infatti, se da una parte ha avuto origine all'interno di problematiche specifiche del sapere matematico che prendono le mosse dalla nascita delle geometrie non euclidee e dall'aritmetizzazione dell'Analisi[15], da un punto di vista filosofico si presenta come l'approdo di istanze filosofiche che affondano le loro radici in alcuni momenti chiave della storia della filosofia occidentale.

In primo luogo, dal punto di vista del metodo, un aspetto che accomuna la maggior parte dei filosofi, logici e matematici che parteciparono al

---

[14] Georg Kreisel, uno dei logici e matematici più stimati dallo stesso Wittgenstein che seguì alcune sue lezioni sulla filosofia della matematica a Cambridge (cfr. R. Monk, *Wittgenstein: Il dovere del genio*, cit. p.490), in merito alle competenze logiche del suo primo maestro, si esprime in modo netto e inequivocabile: «Le idee di Wittgenstein nel campo della logica e della matematica non valgono molto. Perché ne sapeva poco e quel poco si riduceva alla mercanzia della ditta Frege-Russel» (cfr. G. Kreisel, *Wittgenstein's Remarks on Foundations of Mathematics*, «British Journal of Phililosophy of Science», 1958, pp. 143-44). Oltre alla recensione di Kreisel, possiamo ricordare, tra le prime recensioni critiche delle *Osservazioni sui fondamenti della matematica* di Wittgenstein: Anderson, *Mathematics and 'language game'*; P. Bernays, *L. Wittgenstein's philosophy of mathematics*; Dummett, *Wittgenstein's philosophy of mathematics*, raccolte in Benacerraf e Putnam, *Introduction to Philosophy of Mathematics*, New Jersey, Oxford, 1964.

[15] Cfr. C. Mangione, S. Bozzi, *Storia della Logica*, Milano, Garzanti 1993, cap. III; M. Kline, *Storia del pensiero matematico*, vol. II, Einaudi, Torino 1999, p. 1204; D. A. Gilles, *Frege, Dedekind and Peano on the Foundations of Arithmetic*, Van Gorcum 1982, p. 9.

dibattito sui fondamenti è l'utilizzo di un simbolismo e di un approccio matematico ai problemi filosofici. Da questo punto di vista, un momento importante di tale dibattito, l'opera di Bertrand Russell *I Principi della matematica* - la lettura della quale sembra abbia deciso della vocazione filosofica di Wittgenstein[16] - rappresenta una versione paradigmatica proprio di quel metodo di risoluzione dei problemi filosofici *more mathematico*:

> Il metodo che useremo è analitico, ed il problema che ci siamo posti è filosofico, nel senso, cioè, che tenteremo di passare dal complesso al semplice, dalle cose dimostrabili alle premesse indimostrabili. Da un altro punto di vista, tuttavia, molti nostri ragionamenti saranno differenti da quelli che normalmente si definiscono filosofici. Saremo in grado, grazie al lavoro dei matematici, di giungere alla soluzione della maggior parte dei problemi posti; tra i problemi risolvibili esattamente, troveremo molti problemi che, in passato, costituivano le tradizionali incertezze della disputa filosofica[17].

Tale principio non è altro che la riedizione in chiave contemporanea di una tendenza tipica della modernità che a partire da Bacone e Leibniz tenta di sottrarsi «agli inganni e agli incantesimi delle parole che fanno violenza all'intelletto» proprio «imitando la saggezza dei matematici che fissano fin dall'inizio le definizioni delle loro parole o termini, affinché gli altri possano sapere come noi li intendiamo»[18]. Come è noto, Wittgenstein criticherà l'equiparazione tra filosofia e scienza e anche il principio metodologico che vede nel calcolo logico-matematico un metodo più rigoroso per la soluzione dei problemi filosofici: «un pezzo di matematica non può risolvere i problemi che ci assillano»[19].

In secondo luogo, dal punto di vista filosofico – del problema del fondamento - l'intero dibattito si presenta sullo sfondo di tematiche di stampo esplicitamente kantiano: tutti, nel bene o nel male, in modo più o meno

[16] R. Monk, op. cit. p. 38

[17] B. Russell, *I Princìpi della matematica,* Newton Compton Editore, Roma 1989, p. 23.

[18] «Così, per quanto noi crediamo di comandare alle nostre parole, […] ciononostante […] gli inganni e gli incantesimi delle parole seducono e fanno violenza all'intelletto in molti modi; come fanno i Tartari, che saettano mentre fuggono. Cosicché è pressoché necessario, in tutte le controversie e dispute, imitare la saggezza dei matematici, che fissano fin dall'inizio le definizioni delle loro parole o termini, affinché gli altri possano sapere come noi li intendiamo, e se essi si accordano con noi o no. Perché accade che, in mancanza di essi, noi siamo sicuri di terminare là dove avremmo dovuto cominciare, cioè nelle questioni e nelle differenze tra le parole» (F. Bacon, *Sul progresso e l'avanzamento del sapere divino e umano*, in *Opere Filosofiche*, vol. II, Laterza, Bari 1965, p.279, pp.542-543). Nella polemica contro la filosofia scolastica, la contrapposizione tra il rigore del procedimento matematico e quello logico delle scuole è un tratto comune della filosofia moderna, presente come è noto, sia in Cartesio (cfr. ad esempio la lettera di Cartesio ad Huygens, cit. in E. Garin, *Vita e Opere di Cartesio*, Laterza, Roma-Bari, 1984, p. 106) che in Leibniz. Come vedremo, sia Cantor che Russell e Frege proseguiranno - in modo più o meno esplicito e più o meno consapevole - in un contesto filosofico ovviamente del tutto mutato, nella stessa direzione, approfondendo in senso formalistico la contrapposizione tra filosofia e matematica.

[19] Wittgenstein, *Osservazioni sui fondamenti della matematica*, cit. Parte V, par. 19. p.233.

critico o consapevole, si confrontarono con Kant o partirono da Kant[20]. La stessa formazione filosofico-scientifica di Wittgenstein è completamente segnata da personalità che partendo proprio da Kant, presentarono o riformularono il pensiero del filosofo di Königsberg in modo nuovo e del tutto originale. Oltre al già citato Frege, all'interno della cultura viennese di fine secolo il giovane Ludwig ebbe modo di confrontarsi con il kantismo scientifico di Boltzmann ed Hertz e con una precoce e molto influente lettura di Schopenhauer[21].

Il problema del fondamento è una tematica centrale della *Critica della Ragion Pura* che nell'approccio critico di Kant è intimamente connessa con la questione dei limiti del pensiero e del suo uso speculativo[22]. Come è noto, il *Tractatus* stesso si apre con una questione che richiama direttamente la problematica kantiana:

> Il libro vuole tracciare al pensiero un limite, o piuttosto – non al pensiero stesso, ma all'espressione dei pensieri: Ché, per tracciare un limite al pensiero, noi dovremmo poter pensare ambo i lati di questo limite (dovremmo, dunque, poter pensare quel che pensare non si può). Il limite non potrà, dunque, venire tracciato che nel linguaggio, e ciò che è oltre il limite non sarà che non senso[23].

Contrariamente a quanto di solito viene affermato, l'oggetto del *Tractatus* non è il linguaggio ma il pensiero – la forma logica[24] – ma poiché risulta impossibile pensarne il limite, esso verrà *tracciato nel* linguaggio. In questa impossibilità e nella successiva soluzione si ha il primo sintomo di quella che sarà chiamata la svolta linguistica in filosofia e l'esito aporetico della prima opera può essere letto come la dissoluzione dell'istanza fondazionalista kantiana e l'ultimo approdo della soggettività trascendentale della filosofia moderna ridotta ad un «punto inesteso»[25]. L'intero dibattito sui fondamenti, da Cantor a Gödel, avrà a che fare, sebbene con modalità di volta in volta differenti, proprio con il pensiero della totalità del pensabile, la cui impossibilità risiede nel fatto che – come rileva Wittgenstein nella Prefazione del *Tractatus* – ciò che deve essere pensato è il limite del pensiero. Questa è la questione filosofica che fa da sfondo sia ai paradossi dell'infinito della teoria degli insiemi, sia a quelli logici – siano essi semantici o sintattici – che misero in crisi i vari tentativi di fondazione della matematica.

---

[20] Cfr. M. Franchella, *Come l'amor platonico: kantismo e platonismo nella filosofia della matematica del XX secolo*, LED, Milano 2001 e cfr. C. Cellucci, *Filosofia e Matematica*, Laterza, Roma-Bari 2002.

[21] Sul kantismo nella formazione di Wittgenstein, cfr. M. Bastianelli, *Oltre i limiti del linguaggio: il kantismo nel 'Tractatus' di Wittgenstein*, Mimesis, Milano 2008, par. II. Sull'influenza di Schopenhauer, M. Micheletti, *Lo schopenhauerismo di Ludwig Wittgenstein*, Padova 1973.

[22] Cfr.I. Kant, *Critica della Ragion Pura*, tr. it. di Pietro Chiodi, TEA, Milano 1996, p.14-15.

[23] Wittgenstein, *Tractatus*, cit. p. 23

[24] «L'immagine logica dei fatti è il pensiero» (T. 3) «Se la forma di raffigurazione è la forma logica, l'immagine si chiama immagine logica» (T. 2.181).

[25] Wittgenstein, *Tractatus*, 5.64. Sulla dissoluzione dell'istanza trascendentale nel *Tractatus*, cfr. K.O. Apel, *Wittgenstein e Heidegger: il problema del senso dell'essere e il sospetto d'insensatezza contro ogni metafisica*, in *Comunità e Comunicazione*, Rosenberg & Sellier, Torino 1977, p. 17.

In terzo luogo, l'intero dibattito sui fondamenti sembra trovare una dimensione di senso anche a partire da uno sfondo cartesiano. L'esigenza cartesiana di assolutezza e la volontà di risolvere definitivamente alcuni problemi di fondazione la troviamo espressa sia in Frege[26] che in Hilbert[27], ed è portatrice di un'istanza di completezza che verrà definitivamente messa in crisi con il primo teorema di Gödel. Come ha acutamente osservato Husserl, tale istanza è un tratto tipicamente moderno che è in relazione proprio con la nascita di un nuovo linguaggio matematico:

> L'ardimento e l'originalità che è propria della nuova umanità [quella moderna] anticipa ben presto, su queste basi [quelle dell'algebra e dell'analisi], il grande ideale di una scienza razionale onnicomprensiva in un senso nuovo, cioè l'idea che la totalità infinita di ciò che è sia in sé una totalità razionale e che, correlativamente, essa possa essere dominata, e dominata completamente, da una scienza universale[28].

Il *Tractatus* e l'esperienza giovanile di Wittgenstein rappresentano un aspetto del tutto originale e radicale di tale ansia di assolutezza, completezza e risoluzione definitiva, in cui l'istanza di chiusura tipica del fondazionalismo – erede di quell'idea tipicamente moderna di dominio formale-razionale della totalità infinita – si presenta in modo quasi irriconoscibile nelle vesti di una tanto semplice quanto problematica 'teoria della raffigurazione' e trova uno scacco finale con l'esito aporetico dell'opera. La corrispondenza con la sorella Hermine e con Russell, così come alcuni passi di altre lettere giovanili di Wittgenstein e dei diari segreti, sono una eloquente testimonianza di quella ossessione di risoluzione definitiva che percorre il *Tractatus*. La radicalità con la quale quei pensieri sono stati affrontati e l'ossessiva passione che li anima si spiegano probabilmente – oltre che con l'irriducibile ed irripetibile desiderio di assolutezza tipico del periodo giovanile che in Wittgenstein prende le forme di una esigenza logica ed etica di purezza cristallina[29] - con il fatto che il giovane Ludwig si rese ben presto conto che il suo lavoro su di una tematica così circoscritta e specifica quale quella dei fondamenti della matematica lo stava conducendo a riflettere sull'essenza del mondo[30]. Quelle travagliate esperienze giovanili trovano compimento nella stessa prefazione del *Tractatus*, nella quale l'autore dichiara l'intangibile e irreversibile verità dei pensieri espressi. Ma anche in questo caso, come nei due precedenti riferimenti a Bacone per la matematica e a Kant per la questione del fondamento, quell'istanza tipicamente moderna di assolutezza e completezza nella risoluzione dei problemi, viene subito superata e dissolta in una laconica affermazione di vanità:

---

[26] Cfr. G. Frege, *Il Pensiero*, in *Ricerche Logiche*, a cura di M. Di Francesco, Guerini, Milano 1988, p.44.
[27] Cfr. D. Hilbert, *Ricerche sui fondamenti della matematica*, a cura di V.M Abrusci, Bibliopolis, Napoli 1978, p. 267.
[28] E. Husserl, *La crisi delle scienze europee e la fenomenologia trascendentale, Il Saggiatore*, Milano 2008, p.52.
[29] Cfr. Wittgenstein, *Ricerche Filosofiche*, cit. par. 107, p. 65.
[30] Cfr. Wittgenstein, *Tractatus e Quaderni 1914-1916*, cit. p. 225.

> Invece, la verità dei pensieri qui comunicati mi sembra intangibile ed irreversibile. Io ritengo, dunque, d'aver definitivamente risolto nell'essenziale i problemi. E, se qui non erro, il valore di quest'opera consiste allora, in secondo luogo, nel mostrare a quanto poco valga l'essere questi problemi risolti[31].

Come è noto infatti, il *Tractatus logico-philosophicus*, scritto in gran parte quando l'autore era al fronte durante la prima guerra mondiale, e risultato di quelle appassionate e ossessionanti ricerche, termina con un invito al silenzio: «su ciò, di cui non si può parlare, si deve tacere».

Bacone, Leibniz, Cartesio, Kant. L'esperienza filosofica di Wittgenstein si inserisce quindi, attraverso la mediazione delle riflessioni filosofiche e matematiche al centro del dibattito sui fondamenti, all'interno di problematiche e istanze che affondano le loro radici nella grande tradizione della modernità. Non solo, la radicalità di pensiero del filosofo viennese ci spinge oltre l'orizzonte della modernità fino ad abbracciare l'intera storia della filosofia occidentale:

> Se il mio nome sopravviverà sarà solo come *terminus ad quem* della grande filosofia occidentale. Un po' come il nome di colui che ha bruciato la biblioteca di Alessandria[32].

Sappiamo che Wittgenstein si confrontò con i testi di Platone[33] e che una delle questioni centrali che animarono il dibattito sui fondamenti almeno a partire dagli anni '30 è il cosiddetto 'platonismo' in matematica. Tale etichetta per denominare una determinata posizione di pensiero in filosofia della matematica, nella sua generalità e soprattutto nella assoluta mancanza di qualsiasi riferimento storico-filosofico ai testi platonici, può risultare fuorviante. Tuttavia, è noto come le posizioni di Wittgenstein in filosofia della matematica siano solitamente etichettate proprio come anti-platoniche. Tale questione quindi dovrà essere affrontata e ci permetterà anche di chiarire in che senso il filosofo abbia potuto pensare, sebbene forse per qualche attimo fugace di cui ci è rimasta traccia su di una pagina di diario, di essere ricordato come «*terminus ad quem* della grande filosofia occidentale».

Nelle pagine seguenti prenderemo in considerazione alcuni luoghi classici del dibattito sui fondamenti, li leggeremo con l'intento di esplicitarne i presupposti filosofici di fondo che possano darci la misura dei loro rapporti con questioni centrali della storia della filosofia occidentale e quindi, confrontandoli con i pensieri di Wittgenstein, avremo modo di valutare in che senso uno studente di ingegneria che aveva letto Schopenhauer in età adolescenziale, che si vantava di non aver mai letto un passo di Aristotele[34], che disprezzava profondamente la filosofia accademica e che si era formato

[31] Ivi p. 24.
[32] Wittgenstein, *Movimenti del pensiero*, *Diari 1930-1932/1936-1937*, Quodlibet, Macerata 1999, p. 38.
[33] Nelle *Ricerche Filosofiche* e in altri luoghi dei suoi scritti abbiamo dei riferimenti espliciti ad alcuni dialoghi di Platone.
[34] Cfr. Monk, op. cit. p. 488.

filosoficamente principalmente su testi che si occupavano della natura dei numeri e delle dimostrazioni matematiche, sia potuto diventare un classico della filosofia.

2. Wittgenstein e Cantor

2.1 Il limite

In un articolo del 1883, *Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre*[35], il matematico Georg Cantor, dopo anni di ricerche[36] e difficoltà nel fare accettare le sue idee alla comunità scientifica, in uno dei momenti cruciali della sua avventura intellettuale[37] nonché dell'intera problematica dei fondamenti del sapere matematico, così si esprimeva in merito alla sua teoria degli insiemi e alla necessità dell'ampliamento del concetto di numero:

> Io mi trovo a dipendere da questa estensione del concetto di numero a tal punto, che senza di essa mi sarebbe pressochè impossibile portare avanti liberamente, anche del più piccolo passo, la teoria degli insiemi; spero che questa circostanza possa essere considerata una giustificazione, o se necessario una discolpa, per il fatto di introdurre nelle mie riflessioni idee in apparenza non pertinenti. Si tratta infatti di un ampliamento o prolungamento della successione dei numeri interi effettivi nell'infinito; e per arrischiato che tale ampliamento possa sembrare, io oso esprimere non solo la speranza, ma la ferma convinzione che col tempo esso sarà visto come qualcosa di assolutamente semplice, adeguato e naturale[38].

Esattamente cinquantacinque anni dopo, in un quaderno risalente al 1938, Wittgenstein, al termine di una serie di riflessioni su tematiche di origine cantoriana – il metodo diagonale, la nozione di infinito, il numero irrazionale - chioserà con il seguente commento, significativamente e quasi ironicamente preceduto da una serie di puntini di sospensione:

> ……Io credo, e spero, che qualche generazione futura riderà di tutto quest'imbroglio[39].

---

[35] G. Cantor, *La formazione della teoria degli insiemi* (*saggi 1872 – 1883*), tr. it. di G. Rigamonti, Sansoni, Firenze, 1992. p.77.

[36] Le origini della teoria degli insiemi risalgono ai primi studi di Cantor sulle serie trigonometriche, i numeri reali e gli insiemi derivati; il primo articolo dedicato alla definizione dei numeri irrazionali nel quale vengono presi in considerazione anche gli insiemi derivati è del 1872, mentre il famoso articolo in cui è inserita la non numerabilità dell'insieme dei numeri reali*, Su di una proprietà dell'insieme di tutti i numeri reali algebrici*, è del 1873. Le ricerche di Cantor furono da subito osteggiate da personalità importanti del mondo accademico tedesco, in particolare da Kronecker che sosteneva una posizione radicalmente finitista. Cfr. W. Dauben, *Georg Cantor, His Mathematics and Philosophy of the Infinite*, Princeton University Press 1979 p. 197.

[37] L'articolo a cui si fa riferimento è la prima esposizione organica della teoria dei numeri transfiniti in cui l'autore oltre a darne una presentazione matematica ne spiega anche la natura filosofica prendendo posizione nei confronti delle tesi tradizionali sull'infinito. In questo senso l'articolo rappresenta una pietra miliare del percorso intellettuale dell'autore.

[38] G. Cantor, *La formazione della teoria degli insiemi* , cit. pag.78.

[39] Wittgenstein, *Osservazioni sui fondamenti della Matematica*, cit. pag.280

Due speranze di segno opposto: da una parte uno dei momenti originari della problematica dei fondamenti, dall'altra un pensiero di Wittgenstein che si erge in modo emblematico a giudizio filosofico generale sull'intera questione sia della teoria degli insiemi sia del progetto di fondazione in quanto tale, come impresa filosoficamente priva di senso. La speranza del matematico Cantor in parte si è realizzata, non solo per l'importanza del riconoscimento hilbertiano e russelliano[40], ma anche per la generale accettazione nella comunità dei matematici della teoria degli insiemi[41]; della speranza del filosofo invece nulla si può dire se non che ognuno debba decidere da sé. L'infinito di Cantor si è in qualche modo ridimensionato nell'ambito un po' angusto della sistematizzazione formale di una teoria, la critica di Wittgenstein si è dispersa nella fioritura generale che i semi del suo pensiero hanno generato lungo tutto il secolo scorso[42]. Due imprese solitarie[43] di due uomini lontani nel tempo, un matematico che confidava nei concetti e nella scrittura della matematica per la risoluzione di problematiche teologiche e filosofiche, un filosofo che per tutta la sua vita intellettuale ha affrontato i problemi di logica e di matematica più alti del suo tempo e che considerava il linguaggio della teoria degli insiemi come una delle fonti principali delle innumerevoli confusioni in cui si trovava invischiato l'intero dibattito sui fondamenti.

[40] Nonostante la teoria degli insiemi suscitò fin dal suo nascere una miriade di giudizi contrastanti – uno fra tutti quello di Henri Poincaré che giudicò la teoria degli insiemi e dei numeri transfiniti come una grave malattia e una patologia che doveva essere curata- l'importanza indiscussa della teoria di Cantor fu suggellata dagli autorevoli giudizi di Hilbert – che lodò l'aritmetica transfinita di Cantor come «il prodotto più sbalorditivo del pensiero matematico, una delle più belle realizzazioni dell'attività umana nel campo dell'intelletto puro» – e di Bertrand Russell – che descrisse l'opera di Cantor come «la più grande, probabilmente, di cui il nostro tempo può vantarsi» (M. Klein, *Storia del pensiero matematico*, vol.2, cit. pag.1172) – nonché dal fatto che al Congresso Internazionale di Matematica del 1900 a Parigi, Hilbert mise l'ipotesi del continuo al primo posto tra i problemi fondamentali ancora da risolvere.

[41] «La teoria degli insiemi è stata un fuoco, un incendio divampato a lungo tra polemiche e tragedie: Leopold Kronecker che bloccava gli articoli e la carriera di Cantor, che impazziva; David Hilbert che veniva accusato di fare teologia, non delle dimostrazioni, e parlava del paradiso di Cantor da cui non voleva essere scacciato; Luitzen E.J Brouwer che voleva la rivoluzione ed era accusato di *putsch*. […] Quella che è stata importante è tutta la stagione della teoria degli insiemi, attraverso la quale la matematica è diventata quello che è adesso» (G. Lolli, *Dagli insiemi ai numeri*, Bollati Boringhieri, Torino 1994, p. 12)

[42] «Sono io soltanto incapace di fondare una scuola, oppure non c'è filosofo capace di farlo? Io non posso fondare una scuola perché, in realtà, non voglio essere imitato» (Wittgenstein, *Pensieri Diversi* pag.117).

[43] È noto il commento di Zermelo sull'impresa solitaria di Cantor: «nella storia delle scienze è un caso veramente raro che un'intera disciplina d'importanza fondamentale sia dovuta all'opera creativa di una sola persona. Questo caso si è verificato con la teoria degli insiemi, creata da Georg Cantor» (G. Cantor. op cit. Introduzione di G. Rigamonti p. V); per quanto riguarda Wittgenstein, è lo stesso autore a dirci che il suo itinerario filosofico può interpretarsi come un lavoro su se stessi (cfr. Wittgenstein, *Pensieri Diversi*, cit p.43). Due imprese solitarie tuttavia che hanno due obiettivi ben differenti, il primo votato alla Scienza e all'edificazione di un Sistema, il secondo programmaticamente avverso a qualsiasi costruzione di una Teoria o fondazione di una scuola (cfr. Ivi, pp. 117-118)

Affrontare gli argomenti di Wittgenstein sulla filosofia della matematica a partire da un serrato confronto con alcuni momenti della riflessione filosofica di Georg Cantor, può essere un esercizio interpretativo utile a comprendere la natura dello scontro e soprattutto a chiarire l'origine di quel platonismo in filosofia della matematica tanto criticato dal filosofo viennese. Possiamo prendere avvio dal concetto di limite. In primo luogo, dal punto di vista della storia della logica e della matematica, questo avvio è giustificato dal fatto che la problematica dei fondamenti e tutta la ricerca matematica del primo Ottocento sulla sistematizzazione dell'Analisi hanno origine proprio dal tentativo di dare una definizione rigorosa del concetto di limite con l'obiettivo di eliminare qualsiasi riferimento a vaghe intuizioni spaziali e temporali[44]. In secondo luogo, dal punto di vista dell'opera di Cantor, partire dal concetto di limite è giustificato dal fatto che la nuova nozione di limite sta alla base della definizione in termini puramente aritmetici di numero reale, del concetto di continuo, nonchè dell'estensione del concetto di numero dal finito al transfinito[45]. Ma, dal punto di vista della nostra ricerca, è forse importante iniziare dal concetto di limite, proprio perché tale concetto ha un ruolo fondamentale in tutta la riflessione filosofica di Wittgenstein. Come abbiamo già avuto modo di sottolineare, il *Tractatus* prende le mosse proprio dalle «grandiose opere» di Frege e dai lavori dell'amico Russell[46], ossia da testi che si occupano principalmente di problematiche di fondazione della matematica, questioni che hanno avuto origine storicamente proprio dalle prime riflessioni ottocentesche sull'aritmetizzazione dell'Analisi e dalla nuova definizione del concetto di limite. Dal punto di vista più strettamente filosofico invece, il concetto di limite, ossia la questione del limite del pensabile e di fissare un limite al pensabile - o sul piano del linguaggio di fissare un limite a ciò che può essere espresso, quindi come scrive Wittgenstein «tracciarlo nel linguaggio» - è il problema fondamentale che tutti gli esponenti della filosofia della matematica di fine '800 e inizio '900 dovranno affrontare in un modo o nell'altro, ossia il problema dei paradossi e delle antinomie.

Prima che venisse pubblicato nel 1897 da Burali-Forti il primo articolo in cui si presentava il paradosso della teoria degli insiemi transfiniti[47] che dimostrava la natura contraddittoria della classe di tutti i numeri ordinali, Cantor aveva già anticipato il problema dal 1895[48] e delle difficoltà incontrate ne abbiamo testimonianza in una lettera a Dedekind del 1899[49]:

> Se partiamo dal concetto di pluralità (sistema, classe) determinata di cose, mi si presenta la necessità di distinguerne due tipi (parlo sempre di pluralità determinate). Una pluralità, infatti, può essere tale che l'ammissione di un 'essere insieme' di tutti i suoi elementi porta a una

[44] Mangione, Bozzi, *Storia della Logica*, cit. p.269
[45] Il numero transfinito viene pensato da Cantor come nuova irrazionalità, (G. Cantor, op. cit. p.XXIX).
[46] Wittgenstein, *Tractatus*, cit. p.23.
[47] Burali-Forti, *Una questione sui numeri transfiniti*, «Rendiconti del circolo matematico di Palermo» 11, 1897, pp.154-164.
[48] W. Dauben, op. cit. p.241.
[49] G. Cantor, op. cit. p. XXXV.

> contraddizione, cosicché è impossibile concepirla come un'unità, come una 'cosa data'. Chiamo 'assolutamente infinite' o 'incosistententi' queste pluralità […]
> Se invece la totalità degli elementi di una pluralità può essere pensata senza contraddizione come 'essente insieme', cosicché è possibile unificarla in 'una cosa', la chiamo pluralità inconsistente o 'insieme'.

Cantor coglie con chiarezza il nocciolo della questione, ossia il fatto che una collezione nel suo essere insieme è tale solo se non produce contraddizioni e che la produce solo se è assolutamente infinita. L'insieme di tutti i numeri transfiniti, come l'Assoluto stesso, non poteva essere nominato o descritto senza incorrere in una contraddizione. Ma questo – contrariamente a quanto avverà in seguito con le successive antinomie che faranno vacillare le certezze dei logici e matematici - dal suo punto di vista non era un problema: l'Assoluto era ciò che stava al di là di qualsiasi determinazione e Cantor aveva sempre considerato l'assoluta successione infinita dei numeri transfiniti come una sorta di simbolo per l'Assoluto[50]. Ma dal punto di vista del 'pensiero', tale classe di tutte le classi a cosa poteva alludere? Che cos'è l'infinito assoluto? È ciò che non è determinabile numericamente, ciò che è troppo 'grande' per avere un numero, anche transfinito: per esempio è assolutamente infinita, dice Cantor, la «classe di tutto il pensabile»[51].

La prima versione dell'antinomia della teoria degli insiemi porta proprio il nome del suo stesso autore e ciò che viene indicato come problema è proprio qualcosa che ha a che fare con l'impossibilità di pensare il pensiero di tutti i pensieri, in altri termini l'impossibilità di fissare un limite al pensiero e poterlo pensare.

La teoria degli insiemi con la gerarchia infinita delle potenze del transfinito, senza l'introduzione di alcun principio restrittivo, conduce direttamente al problema della contradditorietà del pensiero della totalità del pensabile, come universo assoluto di riferimento che dovrebbe in qualche modo racchiudere dentro di sé anche il proprio limite. In Frege e in Russell, le difficoltà incontrate nell'affrontare i punti più critici della problematica fondazionale in matematica conducono ad una riflessione sul linguaggio che è la matrice filosofica a partire dalla quale trovano senso le questioni poste da Wittgenstein nel *Tractatus*, nonché molte delle sue rielaborazioni e revisioni successive. Il *Tractatus* stesso, nel suo presentarsi in veste paradossale[52], può essere interpretato anche come un grandioso monumento alla problematica centrale che occupò le menti migliori dei matematici dell'epoca, ossia la questione dei fondamenti della matematica in relazione ai paradossi e alle antinomie ad essa connesse, in altri termini il problema filosofico del 'limite del pensiero'.

---

[50] W. Dauben, op. cit. p.245.

[51] G. Cantor, op. cit. p. XXXVI.

[52] Wittgenstein, *Tractatus*, 6.54: «Le mie proposizioni illuminano così: Colui che mi comprende, infine le riconosce insensate, se è asceso per esse – su esse –oltre esse. (Egli deve, per così dire gettar via la scala dopo essere asceso su essa). Egli deve trascendere queste proposizioni; è allora che egli vede rettamente il mondo».

Il concetto di limite quindi come concetto preliminare per aprire un varco all'interno dei pensieri di Wittgenstein sulla filosofia della matematica. Che questa strada sia percorribile lo testimonia in qualche modo lo stesso esito del pensiero cantoriano, in cui tale nozione non ha soltanto una trattazione meramente tecnica e matematica, ma uno sfondo eminentemente filosofico e religioso. Come vedremo infatti, molte delle affermazioni apparentemente radicali, paradossali o bizzarre di Wittgenstein sulla matematica, possono trovare un senso proprio a partire da come l'autore affronta e rielabora nel corso della sua intera avventura intellettuale la questione del 'limite del pensiero' o, in altri termini, la questione di 'cosa significa pensare'.

2.2 Idee e parole

Ma vediamo cosa significa 'pensare' per Georg Cantor, cosa egli ci dice riguardo il concetto di limite e quali giustificazioni di natura squisitamente filosofica adduce per corroborare la sua nuova concezione. Nello scritto *Sulle Molteplicità lineari infiniti di punti,* il matematico, dopo aver preso in considerazione le definizioni di irrazionale di Weierstrass e Dedekind e aver proposto la sua, precisa che in passato un errore logico nella definizione di 'limite' ha ostacolato la possibilità di una definizione rigorosa di numero irrazionale:

> Data la grande importanza dei cosiddetti numeri reali, razionali e irrazionali, per la teoria della molteplicità, non posso non dire alcune cose, le più importanti, sul modo di definirli. […] La definizione di numero reale irrazionale richiede sempre un insieme infinito ben definito avente la prima potenza dei numeri razionali; è questo l'aspetto comune a tutte le forme di definizione. La differenza sta nel momento della produzione, che collega l'insieme col numero definito per suo mezzo, e nelle condizioni che l'insieme deve soddisfare per costituire un fondamento adeguato della definizione numerica corrispondente. […] Il momento della produzione, che collega l'insieme col numero da definire per suo mezzo, sta nella formazione della somma; ma va sottolineato un fatto essenziale, cioè che trova applicazione soltanto la somma di un numero finito di elementi razionali, e il numero b da definire non viene posto fin dall'inizio come sommatoria $\sum a_v$ della successione infinita (a_v); questo sarebbe un errore logico, perché è la definizione della sommatoria $\sum a_v$ che può, caso mai, essere ottenuta ponendo tale sommatoria uguale al numero b già dato e quindi definito, necessariamente, in precedenza. […][53]
>
> Dopo tutti questi preliminari otteniamo il seguente primo teorema dimostrabile rigorosamente: se b è il numero determinato dalla successione fondamentale (a_v), al crescere di v $b - a_v$ diventerà minore, in valore assoluto, di qualsiasi numero razionale pensabile; o, che è lo stesso $Lim\ (v = \infty)\ a_v = b$.
>
> Si deve fare bene attenzione a un punto cruciale, la cui importanza può facilmente sfuggire: nella terza forma di definizione *(la sua, dopo*

[53] G. Cantor, op. cit. p.101

Dedekind e Weierstrass n.d.r) il numero b non viene definito come 'limite' dei membri a_v di una successione fondamentale (a_v). Questo sarebbe un errore logico […] verrebbe cioè presupposta l'esistenza di $Lim\ (v = \infty)\ a_v = b$. Le cose stanno esattamente al contrario, cioè mediante le definizioni date sopra il concetto b è stato pensato come un oggetto avente proprietà e relazioni coi numeri razionali dalle quali si possa dedurre, con evidenza logica, che $Lim\ (v = \infty)\ a_v = b$ esiste ed è uguale a b. Chiedo scusa per la mia pedanteria su questo punto; essa è motivata dalla sensazione che quasi tutti sorvolino simili minuzie poco appariscenti; dopo di che è facile che restino impigliati in dubbi e contraddizioni riguardo all'irrazionale dai quali sarebbero stati del tutto immuni se avessero tenuto conto del punto messo in luce qui. In tal caso, infatti, riconoscerebbero chiaramente che grazie al carattere conferitogli dalle definizioni il numero irrazionale ha nel nostro spirito una realtà altrettanto determinata di quella del numero razionale, anzi del razionale intero, e che non abbiamo bisogno di ricavarlo da un passaggio al limite ma, al contrario, ci possiamo convincere in generale dell'eseguibilità ed evidenza dei passaggi al limite in quanto lo possediamo[54].

Il problema di una definizione rigorosa del numero irrazionale dipende da come pensiamo il concetto di limite: Cantor ci tiene a precisare che la nozione da definire non viene in alcun modo presupposta, ma che essa viene dedotta in modo rigoroso a partire da entità già note, ossia i numeri razionali. Tuttavia tale procedimento definitorio non è così evidente, poiché ciò che è da definire è un oggetto che diversamente dai numeri interi e da quelli razionali non si impone da sé, non si rende visibile, ma si ritrae nell'ineffabilità e nell'invisibilità, è *a-logos*. Ciononostante il concetto così definito - per Cantor - si fissa nel nostro spirito in modo altrettanto reale e determinato del numero razionale, proprio in virtù della derivabilità da quello (da un insieme infinito di razionali)[55]. Che le cose non siano così evidenti e che ci sia un'esigenza di

[54] Ivi pp. 104-105

[55] La definizione di limite data da Cantor è la traduzione in linguaggio simbolico della convergenza di una sequenza infinita di numeri razionali: se una successione soddisfa la condizione posta da Cantor – una sequenza infinita a_1, a_2, a_3..è detta successione fondamentale se esiste un intero N tale che per ogni valore positivo razionale di ε, $|a_{n+m} - a_n| < \varepsilon$, per ogni m e per tutti gli $n > N$ – allora definisce un limite. In una prima formulazione Cantor descrive il 'limite' della sequenza fondamentale come 'simbolo', successivamente invece come 'numero'. La formulazione della condizione di convergenza sembra eliminare, nella definizione dell'irrazionale, qualsiasi criterio intuitivo che alluda ai concetti tradizionali di infinitesimo, approssimazione, avvicinamento, in generale a qualsiasi cosa che possa far pensare al movimento e al rimando a realtà spazio-temporali; tuttavia tale epurazione del concetto di irrazionale da elementi 'impuri' e la sua definizione in termini statici, in cui il movimento insito nell'etimologia della parola *arithmos* viene eliminato a favore di un'impostazione logico-aritmetica, è in realtà soltanto una dissimulazione ottenuta con l'utilizzo nella definizione stessa dei termini di generalità. È in questo senso che l'aritmetizzazione dell'analisi è il primo passo che apre al logicismo, come diverrà chiaro in modo più esplicito con Dedekind. In virtù di tale dissimulazione e del criterio di definizione esposto in nota, Cantor può affermare che l'irrazionale non viene presupposto, ma definito rigorosamente, salvo tradirsi svelando il retroscena platonico che sottende l'intera operazione.

chiarimento ulteriore è probabilmente sentito dallo stesso autore, che in nota ci tiene a fornire alcune delucidazioni in merito alla natura di tale processo di definizione-formazione dei concetti:

> Il processo di formazione dei concetti, quando è corretto, è a mio avviso sempre lo stesso: si pone un oggetto privo di proprietà, che all'inizio non è che un nome o un segno A, e gli si assegnano secondo un ordine dei predicati intelligibili distinti (che possono essere anche infinitamente numerosi) i quali hanno un significato noto grazie a idee già date, e non possono contraddirsi fra loro. Si determinano così le relazioni fra A e i concetti preesistenti, e in particolare quelli affini; se si porta questo processo a compimento sono date tutte le condizioni perché il concetto A, che era in noi si risvegli, ed esso viene in essere già completo, provvisto di quella realtà intrasoggettiva che può essere pretesa, in generale, solo dai concetti. Constatarne il significato transiente sarà poi compito della metafisica[56].

Il percorso a ritroso è il seguente: la definizione di irrazionale implica una nuova concezione del concetto di limite, tale nuova concezione si fonda su di una specifica modalità di concepire la definizione dei concetti-oggetti in matematica, quindi – come vedremo a breve – su di una particolare filosofia-teologia razionalistico-platonica nella considerazione della relazione tra finito e infinito e del ruolo dell'intelletto. Ciò che ci preme sottolineare è l'intreccio concettuale tra le nozioni di 'concetto', 'oggetto', 'realtà intrasoggettiva' e 'realtà transiente' che delimitano l'orizzonte del filosofare cantoriano e anche la specifica modalità di definire i concetti matematici.

Il numero irrazionale viene certamente definito in base a proprietà esclusivamente aritmetiche, come insieme infinito di numeri razionali, tuttavia l'entità concetto-oggetto irrazionale, ossia il 'limite' della serie o sommatoria convergente, deve essere presupposto a partire da una prassi definitoria che presuppone e pone l'oggetto logicamente prima di ogni descrizione o di esibizione in un ambito strettamente finitista[57].

---

[56] G. Cantor, op. cit. nota 7/8 pag.131.

[57] All'interno della comunità dei matematici di fine '800 riguardo il programma di aritmetizzazione dell'analisi non vi era ovviamente unità di vedute. L'idea che si potesse definire interamente l'analisi, quindi il numero irrazionale stesso, su basi interamente aritmetiche, quindi un sistema di operazioni e relazioni tra irrazionali così definiti alla stregua di quelle tra numeri interi, senza prescindere da un qualsiasi riferimento al concetto di grandezza lineare, lasciava perplessi molti pensatori. Così si esprimeva ad esempio Du Bois-Reymond nella sua *Théorie générale des functions*, nel 1887: «Non c'è dubbio che con l'aiuto dei cosiddetti assiomi, delle convenzioni, delle proposizioni filosofiche costruite ad *hoc*, delle estensioni inintelligibili di concetti originariamente chiari è possibile costruire un sistema di aritmetica che assomigli in ogni modo a quello ottenuto a partire dal concetto di grandezza, in modo da isolare, per così dire, la matematica con un cordone di dogmi e di definizioni difensive. Ma in questo modo si possono inventare altri sistemi aritmetici. L'aritmetica ordinaria è soltanto quella che corrisponde al concetto di grandezza lineare». (cit. in M. Klein, *Storia del pensiero matematico*, cit. p.1158). È degno di nota il fatto che la nozione di numero transfinito, introdotta da Cantor in base ad un principio di produzione che si fonda sulla possibilità di un atto immaginativo, e pensato dallo stesso come nuova irrazionalità, potrebbe essere ugualmente introdotta come differenza di potenze tra infiniti, come 'fatto matematico' e non come mero

È utile citare ancora una volta l'intero passo, perché in esso è in gioco la definizione di esistenza di un concetto in generale, quindi anche dei numeri; una questione esiziale per l'intero dibattito sui fondamenti della matematica che nel domandare sul fondamento del concetto di numero, dovrà confrontarsi con le tradizionali domande sulla modalità di esistenza delle entità numeriche:

> Possiamo parlare di realtà o esistenza dei numeri interi, finiti o infiniti, in due sensi; a rigore si tratta ancora degli stessi rapporti sotto i quali può essere considerata in generale la realtà dei concetti e idee qualsiasi. Innanzitutto possiamo considerare reali i numeri interi nella misura in cui, sulla base di certe definizioni, essi occupano nel nostro intelletto un posto assolutamente determinato, sono perfettamente distinti da tutte le parti costituitve del nostro pensiero, stanno con esse in relazioni determinate e modificano quindi la sostanza del nostro spirito in maniera finita; mi sia concesso di chiamare intrasoggettiva o immanente questa specie di realtà dei nostri numeri. Ma si può anche concedere una realtà ai numeri nella misura in cui essi sono da considerare espressione o immagine di processi e relazioni del mondo esterno che sta di fronte all'intelletto […]. Chiamo transoggettiva o transiente questa seconda specie di realtà dei numeri interi.
> Dato il fondamento totalmente realistico, ma insieme anche totalmente idealistico, delle mie riflessioni, per me non c'è alcun dubbio che queste due specie di realtà siano sempre unite, nel senso che un concetto va giudicato esistente nella prima accezione possederà sempre, sotto certi aspetti (anzi sotto infiniti), anche una realtà transiente. […] Questa interconnessione delle due realtà ha il suo fondamento più autentico nell'*unità del Tutto al quale noi stessi apparteniamo*[58]. L'accenno a tale interconnessione mi serve qui, solo per ricavarne una conseguenza che mi appare molto importante per la matematica, e cioè che nell'elaborare il proprio materiale ideale quest'ultima deve tener conto solo e unicamente della realtà immanente dei propri concetti e perciò non è in alcun modo tenuta a controllarne anche la realtà transiente.[59]

Ma il tutto viene a chiarirsi con la spiegazione in nota, in cui l'autore, oltre ad indicare Spinoza e Leibniz come autori ai quali far riferimento per una tale concezione, rimanda in modo esplicito «ai principi del sistema platonico»:

> Questo convincimento coincide, nella sostanza, tanto coi principi del sistema platonico quanto con un tratto essenziale di quello spinoziano. […] Solo il sapere concettuale garantisce (secondo Platone) una vera conoscenza; ma quanta è la verità che spetta alle nostre

---

atto d'immaginazione, proprio a partire dal teorema di Du Bois-Reymond sull'esistenza di una funzione f(x) crescente che sia 'maggiore' di tutte le funzioni $f_m(x)$: «data una qualsiasi successione numerabile di funzioni crescenti $f_1(x)$, $f_2(x)$, …$f_m(x)$ della variabile reale x, esiste una funzione crescente ed effettivamente costruibile f(x) tale che $(fx)>f_m(x)$». (cfr. P. Zellini, *Breve Storia dell'infinito*, Adelphi, Milano 1980, p.199).

[58] Corsivo dell'autore che in nota fa riferimento alla proposizione 15 dell'*Etica* di Spinoza.

[59] G. Cantor op. cit. p.98

rappresentazioni – Platone condivide questo presupposto con altri (Parmenide) - altrettanta dev'essere la realtà che spetta al loro oggetto, e viceversa. Ciò che si può conoscere è, ciò che non si può conoscere non è, e nella misura in cui una cosa è, è anche conoscibile. Anche nella filosofia leibniziana è possibile rintracciare lo stesso principio gnoseologico. Solo a partire dall'empirismo, dal sensismo e dallo scetticismo moderni, così come dal criticismo kantiano, da essi derivato, si è cominciato a credere che la fonte del sapere e della certezza stesse nella sensazione o nelle cosiddette forme pure del mondo della rappresentazione, e che ad esse ci si dovesse limitare; ora, è mia convinzione che questi elementi non diano assolutamente una conoscenza sicura, la quale può essere raggiunta solo grazie a concetti e idee che l'esperienza esterna è in grado di stimolare, ma sostanzialmente vengono costruiti da una induzione e deduzione interna come un qualcosa che già stava in qualche modo in noi e viene solo risvegliato e reso cosciente[60].

Siamo alle origini del platonismo in matematica di Cantor, un genere di platonismo assai differente da quello di cui potevano essere etichettati – nella critica generale di Wittgenstein[61] – i vari esponenti logicisti, formalisti e intuizionisti, ma che ha avuto comunque un ruolo centrale, per così dire, originario, sotterraneo e paradigmatico in tutto il corso del dibattito sui fondamenti della matematica. Comprendere quindi la lontanza di Wittgenstein da tutta una serie di metafore cantoriane su cosa significa pensare, definire o afferrare un concetto, ci permette di chiarire alcuni punti fondamentali della sua critica.

Una prima immagine sulla quale è importante soffermarsi è quella dei concetti o idee, quindi dei numeri, come qualcosa che *occupa*, sulla base di certe definizioni, *un posto assolutamente determinato nel nostro intelletto*, qualcosa di perfettamente distinto da tutte le parti costituitive del nostro pensiero, che sta con esse in relazioni determinate e *modifica quindi la sostanza del nostro spirito in maniera finita*: qualcosa che *già stava in qualche modo in noi* e viene solo risvegliato e reso cosciente. Questo modo di esprimersi veicola immagini che ci presentano l'intelletto, la sostanza del nostro spirito, come una realtà topologica e ampia, in cui ci sono dialetticamente e platonicamente connessioni tra idee già note e idee da definire e da risvegliare. È una immagine tradizionale, di dichiarata

[60] Cfr. Ivi nota 5 p.130.

[61] Come si chiarirà ulteriormente nel corso dell'esposizione, il tratto distintivo del platonismo in matematica per Wittgenstein – ammesso che abbia senso parlare in termini di 'platonismo/anti-platonismo', ma qui ci adeguiamo ad un'etichetta utilizzata universalmente e in modo acritico dalla letteratura secondaria - non è semplicemente l'assunzione dell'esistenza o della pre-esistenza degli oggetti matematici come oggetti ideali, ma la tesi estensionalista – la matematica come descrizione di oggetti - comune alla teoria degli insiemi di Cantor, al logicismo, al costruttivismo intuizionista e al formalismo: per Wittgenstein l'errore principale di tutto il dibattito sui fondamenti risiede proprio nel sostenere che in matematica ci sia linguaggio e realtà e qualcosa da descrivere. (Cfr. C. Penco, *Matematica e gioco linguistico*, Le Monnier, Firenze 1981, p.197).

ascendenza platonica ma di fatto, nel linguaggio e nello spirito, attraverso la mediazione di Spinoza, è profondamente cartesiana[62].

La soggettività che pensa e che si pensa nelle parole di Cantor è un soggetto cartesiano in cui i pensieri sono *idèe*, *Vorstellung*, idee intese come rappresentazioni chiare e definite che modificano la sostanza del nostro spirito. In questa esperienza del pensare, le parole sono invisibili e permettono alla soggettività pensante e tutta raccolta e ripiegata su se stessa di guardare attraverso esse con gli occhi della mente la realtà trascendente delle idee. A questa immagine tipicamente moderna e cartesiana, ma di origine platonica[63], possiamo contrapporre un pensiero tardivo di Wittgenstein, tenendo presente che il filosofo fin dall'inizio della sua avventura intellettuale è stato sempre tormentato dal problema di cosa potesse significare 'comprendere una proposizione', 'afferrare un pensiero'. Scrive Wittgenstein, laconicamente, come se avesse risolto a suo modo – ossia dissolvendo come falso problema - l'annosa questione del 'pensare':

> Io penso effettivamente con la penna, perché la mia testa spesso non sa nulla di ciò che la mia mano scrive[64].

All'ampio e infinito spazio dell'intelletto cantoriano, si contrappone il gesto di un pensiero che si vive interamente fuori di sé, nell'impossibilità di trovare un fondamento che non sia il mero sorprendersi nel rispecchiamento

---

[62] Non è un caso che proprio Cartesio sia stato uno dei primi filosofi a considerare l'idea dell'infinito come «suscettibile di tramutarsi in nozione mentalmente accessibile e adatta a ricevere un nome o una designazione simbolica come ogni altra cosa di questo mondo» (cfr. P. Zellini, *Breve storia dell'infinito*, cit. p. 186).

[63] In un noto passo della *Repubblica*, in cui Platone presenta con l'immagine della linea divisa in due parti la distinzione tra visibile e intelligibile, così si esprime il filosofo: «Penso che tu sappia che quanti si occupano di geometria, di calcoli e di simili problemi, presuppongono il pari e il dispari, le figure geometriche, le tre specie di angoli ed altre nozioni del genere secondo il particolare tipo di ricerca; come se conoscessero queste cose, le pongono a fondamento delle loro ipotesi e ritengono di non doverne dare ragione né a se stessi né agli altri quasi fossero presupposti evidenti ad ognuno. […] E se anche si servono delle figure visibili e svolgono su di esse i loro ragionamenti; non pensano tuttavia propriamente alle figure ma a quelle forme astratte che ad esse somigliano; discorrono così del quadrato in sé e della diagonale nella sua generalità e non di quella che hanno tracciato e così fanno per tutte le altre figure. Si servono di queste stesse figure che modellano e disegnano e che riflettono anche ombre e forme nell'acqua, come di immagini per cercare di intendere quelle realtà in sé che non si possono intendere se non col raziocinio» (Platone, *Repubblica*, 510 (c,d,e) tr. it. di N. Marziano, G.Verdi, Mursia, Milano 1990). Il 'cercare di intendere' nella traduzione riportata viene tradotto con 'vedere attraverso' in quella riportata con alcune modifiche in F. Enriques, *Per la storia della logica*, Zanichelli, Milano 1987, p.11. La tematica del 'guardare attraverso' il sensibile per vedere l'intelligibile coinvolge sia l'attività del geometra che ha a che fare con le figure e i simboli, sia l'attività del lettore che ha a che fare con la scrittura alfabetica, il quale non si sofferma a contemplare i caratteri, ma appunto 'guarda attraverso' il mondo delle idee. Su questa tematica della trasformazione e dell'inversione tra visibile e invisibile, cfr. gli studi di Havelock, *Cultura orale e civiltà della scrittura*, Laterza, Bari 1973, *La Musa impara a scrivere. Riflessioni sull'oralità e l'alfabetismo dall'antichità al giorno d'oggi*, Laterza, Bari 1987, Ong, *Oralità e Scrittura*, Il Mulino, Bologna 1986; per una prospettiva filosofica sugli stessi temi con una critica teoretica all'impostazione antropologica degli studi di Ong e Havelock, cfr. C.Sini, *Etica della scrittura*, Il Saggiatore, Milano 1992.

[64] Wittgenstein, *Pensieri Diversi*, cit. p.44.

dei gesti silenziosi della propria mano che lascia traccia di sé su di un foglio di carta. Alle metafore di ascendenza cartesiana e platonica, mediate dai riferimenti spinoziani e leibniziani, che fanno di Cantor un epigono della grandiosa tradizione del razionalismo seicentesco, si contrappone l'aforisma di un filosofo del '900 formatosi sui testi di Schopenhauer, Frege e Russell. Là dove Cantor vede attraverso le parole un mondo di idee, Wittgenstein vede solo parole, configurazioni di segni in vista di una possibile applicazione:

> L'infinito attuale è una pura e semplice parola. Meglio sarebbe il dire: per ora quest'espressione si limita a costruire un'immagine, che è ancora sospesa nell'aria; della cui applicazione ci sei ancora debitore[65].

2.3 Finito e Infinito

Ma il punto in cui il confronto tra Cantor e Wittgenstein tocca il fondo di quello che possiamo considerare il platonismo del primo e l'anti-platonismo del secondo è un passo in cui il matematico esplicita in modo chiaro il problema dell'infinito in relazione alla nozione tradizionale di 'Intelletto finito', un pensiero che possiamo considerare il fondamento teologico-metafisico della teoria degli insiemi. Nel paragrafo 5 dell'articolo del 1883, *Sulle molteplicità lineari infinite di punti*, Cantor prende in considerazione alcune tesi tradizionali sull'infinito e cerca di giustificare la novità della sua concezione di un infinito definito matematicamente che si inserisce tra il finito e l'Assoluto. Il problema che il matematico rivela come maggior ostacolo per una estensione della nozione di numero all'infinito e per la possibilità di concepire una nozione di infinito attuale che non sia il mero Assoluto di cui non si può dir nulla, è la concezione della finitezza dell'intelletto umano «invocata spessimo come argomento per sostenere che solo i numeri finiti sono pensabili»[66]:

> Quando si parla di 'finitezza dell'intelletto umano' si sottintende, infatti, che la sua capacità di costruire numeri sia limitata a quelli finiti. Se però si dimostra che l'intelletto può, in un senso ben determinato, costruire e distinguere l'uno dall'altro anche dei numeri infiniti, cioè soprafiniti, o si dovrà dare alle parole 'intelletto finito' un senso generale, che non permetterà più di ricavarne quella conclusione, oppure – e secondo me è questa l'unica soluzione giusta – anche all'intelletto umano si dovrà concedere, sotto certi aspetti, il predicato di 'infinito'. Le parole 'intelletto infinito', che sentiamo tanto spesso, sono a mio giudizio del tutto improprie; per quanto la natura umana sia limitata – e lo è davvero – essa ha moltissimi punti di contatto con l'infinito; anzi se non fosse essa stessa infinita sotto molti aspetti, quella salda certezza e fiducia nell'essere dell'Assoluto nel quale sappiamo di essere tutti uniti sarebbe inspiegabile. Io sono convinto in particolare che l'intelletto umano abbia una disposizione illimitata alla costruzione, passo dopo

[65] Wittgenstein, *Zettel*, Einaudi, Torino 1986, p.62.
[66]G. Cantor. op. cit p. 91.

> passo, di intere classi numeriche che stanno in un rapporto determinato coi modi infiniti, e le cui potenze sono via via crescenti[67].

L'Assoluto per Cantor è al di là di qualsiasi determinazione[68], tuttavia ciò che garantisce la possibilità di una costruzione infinita di gerarchie di insiemi sempre più potenti, nonché l'estensione del concetto di numero, è la «certezza e fiducia» che il finito sia essenzialmente partecipe dell'Infinito stesso, inteso in senso Assoluto: Dio. Questa prospettiva è il fondamento della precedentemente citata descrizione platonica in cui il definire un concetto-oggetto matematico viene pensato come un risvegliarlo al cospetto dello spirito, esso è già da sempre *presente in mente Dei*, alla quale tutti noi apparteniamo[69]. L'irrazionale esiste in quanto limite di una somma infinita e attuale di numeri razionali, perché esso esiste al cospetto di Dio che può nella sua onniscienza vederne effettivamente l'intero sviluppo, mentre l'intelletto finito deve accontentarsi di averne una descrizione-rappresentazione nei soli termini intensivi dell'afferrarne la legge di costruzione con gli 'occhi della mente'. Questo basta, per Cantor, a fissarne la realtà in modo chiaro e determinato nella sostanza del proprio spirito. Il 'cercare in matematica' è possibile perché gli oggetti da cercare esistono già in qualche modo nel fondo del nostro animo e il lavoro del matematico è quello di risvegliarli in modo non contradditorio e portarli alla luce.

Wittgenstein coglie in pieno lo sfondo teologico dei problemi posti da Cantor e lo esprime a suo modo:

> Una buona questione per gli scolastici sarebbe stata: «Può Dio conoscere tutte le cifre di π?». La risposta suona in tutti i casi del genere: la questione è priva di senso[70].

---

[67] G. Cantor. op. cit p. 92 – in nota Cantor inserisce un'altra citazione dall'*Etica* di Spinoza: «Tutto ciò che è, è in Dio, e niente può essere né essere concepito senza Dio».

[68] G. Cantor, op. cit. p. VIII.

[69] È significativo che Cantor ritenesse la sua teoria dei transfiniti assolutamente vera perché rivelata direttamente da Dio (cfr. W. Dauben, op. cit. p.147). Nonostante alcune affermazioni di natura strettamente teologia possano essere interpretate come il risultato di uno spostamento degli interessi di Cantor su questioni filosofiche e religiose in seguito all'ostracismo della comunità dei matematici rispetto alle sue teorie, è indubbio l'intreccio tra matematica, filosofia e teologica nella fondazione della teoria degli insiemi e dei transfiniti. Ne è conferma il fatto che la difficoltà riscontrata con il paradosso della classe di tutte le classi non scosse più di tanto le sue posizioni, a differenza invece di quanto avvenne per i colleghi logicisti che qualche anno più tardi si scontrarono con questioni analoghe: questo perché la sua era un' aritmetica fondata su posizioni teologiche, mentre quella dei colleghi era semplicemente fondata su di una logica senza Dio, in cui i principi ultimi potevano quindi essere considerati validi come irrudicibili fatti di ragione o semplici convenzioni.

[70] Wittgenstein, *Osservazioni Filosofiche*, cit. p.101. E' interessante notare come tale aforisma di Wittgenstein si attagli perfettamente ad un passo di una lettera di Costantin Gutberlet - filosofo e teologo del Collegio Romano - a Cantor, nella quale si mostra apprezzamento per la teoria dei transfiniti (a partire dall'enciclica *Aeterni Patris* di Leone XIII ci fu un tentativo di rinnovare le basi della teologia cattolica cercando di conciliare neo-tomismo e scienza moderna e molti furono gli studiosi e i teologi incaricati di studiare i vari campi del sapere per poterne giudicare la coerenza con la dottrina ufficiale). Nella lettera il Gutberlet sostiene che la realtà dell'intera sequenza dei numeri transfiniti è assicurata dalla sua presenza come infinito attuale

Tutta la distanza tra Wittgenstein e Cantor – ma come vedremo più avanti, anche tra Wittgenstein e molte delle personalità principali del dibattito sui fondamenti – si misura proprio a partire dal fatto di porre le questioni a partire dal linguaggio e dal senso ancor prima che dalla verità[71], e il suo finitismo in filosofia della matematica è una conseguenza di quella concezione che già a partire dal *Tractatus* presenta il linguaggio come «struttura insormontabile dell'essere umano»[72]. Il 'cercare in matematica' è logicamente possibile dal punto di vista di Cantor perché platonicamente il conoscere è sempre riconoscere e ricordare, i concetti-oggetti sono già là e già da sempre presenti e la matematica è quella scienza sublime che ci permette di conoscere le cose nella maniera più alta e perfetta, alla stregua del divino in cui tali verità riposano da sempre[73]. Da questo punto di vista del linguaggio non si fa problema, esso è un mero strumento per guardare attraverso e la scrittura matematica è quel simbolismo che permette di risvegliare in modo chiaro e determinato quelle verità che da sempre esistono nel fondo del nostro spirito. I problemi filosofici tradizionali in Cantor – e in questo egli si fa precursore di un atteggiamento che verrà ereditato dalla prospettiva logicista di Russell e Frege, così come dal neopositivismo logico in generale – possono quindi trovare soluzione proprio grazie alla chiarezza e al rigore del formalismo della scrittura e del calcolo matematico[74]. Lo status della parola è il luogo dove si gioca l'alternativa teologia e misticismo e la dialettica tra finito e infinito. In una parola ridotta a gesto non c'è dialettica possibile con la trascendenza, non c'è

---

nell'Intelletto divino, così come l'intera sequenza dei valori di π. (cfr. W. Dauben, op. cit. p.142).

[71] «Il mio modo di filosofare mi è sempre stato e mi è tuttora nuovo, ed è per questo che devo così spesso ripetermi. Un'altra generazione, cui sarà così spesso nel sangue, troverà noiose queste ripetizioni. Per me sono necessarie. Questo metodo consiste, essenzialmente, nel passaggio dalla domanda sulla *verità* a quella sul *significato*» (Wittgenstein, *Pensieri Diversi*, cit. p.17).

[72] P. Hadot, *Wittgenstein e i limiti del linguaggio*, Bollati Boringhieri, Torino 2007, p.72.

[73] Per Cantor l'unico criterio a cui si deve attenere la ricerca matematica è quello della coerenza o assenza di contraddizioni nelle definizioni. Tale posizione però non è da intendersi come una semplice professione di formalismo, perché l'ambito delle possibilità, ossia di ciò che è definibile e concepibile senza contraddizione, coincide con la sfera del reale in quanto è in Dio che tutte le cose possibili sono già da sempre pensate e reali (cfr. W. Dauben, op. cit. p. 229). Così è anche per la realtà dei numeri transfiniti. È utile osservare come tale nozione di esistenza degli enti matematici in termini di mera possibilità non contraddittoria con la relativa giustificazione teologica, una volta che verrà sostenuta in senso esclusivamente formalista priva di qualsiasi riferimento a Dio – senza il quale tale posizione non risulterebbe nemmeno concepibile - risulterà vuota e incomprensibile come un guscio svuotato di qualsiasi forma di vita. Il formalismo in matematica è una teologia decaduta, della quale rimane soltanto il linguaggio che gira a vuoto, privo della sua originaria forma di vita.

[74] Una difficoltà del sistema di Spinoza, ossia il problema di come il finito possa affermarsi nella propria indipendenza davanti all'infinito, viene risolta da Cantor con la sua aritmetica transfinita in cui non vale la proprietà commutativa e quindi a seconda di come si dispongono finito e infinito il risultato sarà differente: finito+infinito il primo si annulla, ma infinito+finito è cosa del tutto nuova: «qui si vede chiaramente che tutto si riduce alla posizione del finito rispetto all'infinito; se il primo sta davanti trapassa nell'infinito e vi scompare; se invece si ritrae e prende posto dietro, il finito si conserva e si lega con esso in un infinito che, in quanto modificato, è nuovo» (G. Cantor, op. cit. p. 92).

rapporto – Logos – tra finito e infinito. La visione *sub specie aeterni* di Wittgenstein fa tutt'uno con la chiusura della parola e l'impossibilità del darsi di un pensiero che la trascenda:

> La visione del mondo *sub specie aeterni* è la visione del mondo come totalità – delimitata -. Il sentimento del mondo come totalità delimitata è il sentimento mistico[75]. […]
> Il libro vuole, quindi, tracciare al pensiero un limite, o piuttosto – non al pensiero stesso, ma all'espressione del pensieri: Ché, per tracciare un limite al pensiero, noi dovremmo poter pensare ambo i lati di questo limite (dovremmo, dunque poter pensare quel che pensare non si può)
> Il limite non potrà, dunque, venire tracciato che nel linguaggio, e ciò che è oltre il limite non sarà che nonsenso[76].

Nella prospettiva teologica di Cantor il regno del possibile è più ampio di ciò che può essere detto perché tra pensiero e linguaggio non c'è coincidenza; nella prospettiva di Wittgenstein invece il concepibile coincide con l'orizzonte grammatico-pragmatico del linguaggio. Questa tesi, che si esplicherà al meglio negli scritti dopo il '29, è gia presente in nuce nella Prefazione del *Tractatus*: non è possibile tracciare un limite al pensiero, quindi esso verrà tracciato nel linguaggio.

È interessante notare come la differenza tra il punto di vista teologico di Cantor e quello mistico di Wittgenstein possa essere chiarita in relazione a Spinoza. I riferimenti del primo al filosofo dell'*Etica* sono frequenti nei suoi scritti e abbiamo visto come la possibilità di una teoria matematica dell'infinito, quindi la descrizione e concepibilità di una gerarchia ascendente e infinita di insiemi con potenze sempre più grandi, abbia come fondamento la coappartenenza originaria del finito all'infinito e questa convinzione viene suggellata nel testo proprio con un riferimento esplicito ad un passo dell'*Etica*: «Tutto ciò che è, è in Dio, e niente può essere né essere concepito senza Dio»[77]. Per quanto riguarda Wittgenstein invece, il riferimento a Spinoza è mediato da Schopenhauer. La definizione di 'mistico' presente nel *Tractatus* (6.44) corrisponde al passo in cui il filosofo di Danzica chiarisce cosa intende per intuizione disinteressata del mondo, libera dal principio di ragion sufficiente: «né il dove né il quando né il come e il perché delle cose, ma unicamente e semplicemente ciò che le cose sono» e a tale proposito egli cita Spinoza: «La mente è eterna in quanto concepisce le cose *sub aeternitatis specie*»[78]. Tuttavia la sensibilità del matematico-teologo Cantor differisce da quella del logico-mistico Wittgenstein e la sfumatura nell'accogliere le parole di Spinoza la possiamo vedere all'opera analizzando un passo cruciale del testo di Cantor. Mi riferisco al fatto che nell'aritmetica transfinita non vale la proprietà commutativa dell'addizione. Questo 'fatto matematico' è considerato da

[75] Wittgenstein, *Tractatus*, 6.45.
[76] Ivi p.23.
[77] G.Cantor, op. cit. p.92.
[78] Il riferimento al passo di Schopenhauer e quindi a Spinoza è presente in P.Hadot, op. cit. p.19.

Cantor della massima importanza[79], in primo luogo perché nelle sue intenzioni dovrebbe confutare definitivamente una delle maggiori obiezioni che fin dall'antichità si sono opposte alla concepibilità di qualsiasi relazione tra finito e infinito, ovvero la considerazione risalente almeno ad Aristotele che se ad un numero finito si somma qualcosa di infinito, il primo viene immediatamente ad annullarsi, quindi sarebbe impossibile una qualsiasi gerarchia tra infiniti: esiste un solo infinito e questo è assoluto; in secondo luogo perché una proprietà particolare della non commutatività dell'addizione nell'aritmetica transfinita sembra poter risolvere *more mathematico* una difficoltà proprio del sistema di Spinoza:

> Un punto particolarmente difficile del sistema di Spinoza è la relazione dei modi finiti con quelli infiniti; rimane inspiegato, infatti, perché e a quali condizioni il finito possa affermarsi nella propria indipendenza davanti all'infinito (o l'infinito davanti a un infinito più forte). Mi sembra che l'esempio già accennato nel par.4 indichi, col suo scarno simbolismo, la via lungo la quale possiamo forse avvicinarci alla soluzione di questo problema. Se ω è il primo numero della seconda classe numerica, $1+\omega=\omega$, ma $\omega+1 = (\omega +1)$, dove $(\omega+1)$ è un numero totalmente diverso da ω. Qui si vede chiaramente che tutto si riduce alla posizione del finito rispetto all'infinito; se il primo sta davanti trapassa nell'infinito e vi scompare; se invece si *ritrae* e prende posto *dietro*, il finito si conserva e si lega con esso in un infinito che, in quanto modificato, è nuovo[80].

Noi siamo già in Dio, l'Intelletto finito è già nell'Infinito, per poter accedere ad esso e per poter ascendere a regioni dell'infinito sempre più grandi, non dobbiamo ergerci dinanzi all'infinito, in una sorta di *hỳbris*, altrimenti verremmo annullati, dobbiamo ritrarci e posizionarci dietro per poterci conservare e quindi modificare l'infinito stesso nel quale da sempre siamo.

Per chiarire meglio la modernità di Cantor rispetto agli antichi (in relazione al concetto di infinito) e la differenza con Wittgenstein, è utile osservare che l'argomento di Cantor sulla novità della proprietà commutativa nell'aritmetica transfinita riguarda la concezione tradizionale dell'infinito solo in parte, poiché egli ammette - come ritiene lo stesso Aristotele– che se sommiamo ad un finito una quantità infinita il primo si annulla; la novità dell'aritmetica transfinita, manifestata con la non validità della proprietà commutativa, riguarda un caso che non veniva preso in considerazione dai filosofi del passato, ossia che ad un infinito possa aggiungersi una quantità finita e che questa somma possa mutare la natura dell'infinito. Ciò che muta quindi in questo caso riguarda l'infinito e non il finito. La novità non è che il finito sommato all'infinito non si annulla più, questo rimane così com'era per gli antichi; la novità risiede nell'altro caso, quello in cui il finito viene sommato all'infinito e quest'ultimo si modifica: qui non è in questione l'annullamento o meno del finito, ma la possibilità che una totalità concepita come attuale, ad

[79] G.Cantor, op. cit. p.89.
[80] Ivi p.92.

esempio la totalità di *tutti* i numeri naturali, possa ulteriormente essere modificata dall'aggiunta di una nuova unità, che di fatto appartiene alla totalità stessa[81]. Ma la possibilità di questa aritmetica paradossale potrebbe dischiudersi se proviamo a rileggere lentamente la citazione di Spinoza: «Tutto ciò che è, è in Dio, e niente può essere né essere concepito senza Dio». Il finito che modifica l'infinito nella somma transfinita non è un finito che sta prima e in modo indipendente, come ci suggerisce appunto Cantor, ma è Dio stesso nella forma del finito (tutto ciò che è, è in Dio) e quindi, se è Dio, viene da sé che nulla osta al fatto che sia Dio stesso a modificare se stesso e a concepire tale mutamento (e niente può essere né essere concepito senza Dio). È Dio che parla in Cantor.

A questo discorso di Cantor possiamo accostare una osservazione di Wittgenstein contenuta nelle *Ricerche Filosofiche,* in cui il problema dell'anima e del senso viene esplicitamente accostato al modo in cui nella teoria degli insiemi si utilizza il linguaggio:

> A che cosa credo, quando credo che nell'uomo ci sia un'anima? A che cosa credo, quando credo che questa sostanza contenga due anelli di atomi di carbonio? In entrambi i casi c'è un'immagine in primo piano, ma il senso si trova lontano, sullo sfondo; cioè l'applicazione dell'immagine non è facile da cogliere chiaramente. […] Viene evocata un'immagine che sembra determinare univocamente il senso. In confronto a quello che l'immagine ci suggerisce l'impiego effettivo sembra qualcosa di contaminato. *Qui avviene di nuovo come nella teoria degli insiemi: il modo di esprimersi sembra tagliato per un dio*, il quale sa ciò che noi non possiamo sapere: vede tutte intiere le successioni infinite, e vede nella coscienza degli uomini. Naturalmente queste forme di espressione sono, per noi, quasi un paramento che indossiamo, ma del quale non sappiamo che fare, perché ci manca il potere reale, che darebbe a questa veste significato e scopo. Nell'impiego effettivo delle espressioni facciamo, per così dire, lunghi giri, percorriamo strade secondarie. Vediamo bensì davanti a noi la strada larga e diritta, ma non possiamo certo servircene, perché permanentemente chiusa[82].

Il punto di vista di Cantor è un «modo di esprimersi che sembra tagliato per un dio», perché, come abbiamo esplicitato in relazione alla possibilità dell'aritmetica transfinita, è un dio che parla in noi. Ancora una volta, la differenza sostanziale tra Wittgenstein e Cantor è da collocarsi sul piano della dialettica tra pensiero e linguaggio. In Wittgenstein il pensiero coincide con il linguaggio e ogni rimando ad altro è sempre e solo ancora segno, in Cantor c'è differenza tra linguaggio e pensiero e quindi trascendenza. La critica di Wittgenstein a Cantor è la critica di un logico-mistico ad un

[81] E qui emerge con chiarezza come i numeri transfiniti siano pensati da Cantor come nuove irrazionalità, come limiti di serie convergenti che crescono secondo una legge ben precisa. Come gli irrazionali sono punti di convergenza dopo i quali cominciano altre serie e altri punti, così i transfiniti sono punti di convergenza di serie infinite, dopo i quali ne cominciano altre.
[82] Wittgenstein, *Ricerche Filosofiche*, cit. p.166 (corsivo mio).

matematico-teologo che vorrebbe descrivere gli attributi di Dio nella serie ascendente delle potenze transfinite:

> la teologia gesticola, per così dire, con le parole, perché vuol dire una certa cosa e non sa esprimerla[83].

Il filosofo, a mio parere, coglie in pieno la questione dell'intera problematica sui fondamenti: il linguaggio che si utilizza, in primo luogo l'uso che si fa del termine 'possibilità', sembra tagliato per un dio. Se in Cantor tutto questo è evidente e trova quindi un senso con il rimando ad una teologia, nelle formulazioni successive del logicismo e del formalismo il linguaggio – nella critica di Wittgenstein – si ridurrà a non senso, proprio perché si continuerà ad utilizzare un linguaggio «tagliato per un dio» là dove però gli dei hanno ormai lasciato la scena, di esso quindi rimarrà soltanto il nudo scheletro, un guscio totalmente privo di vita[84].

3. Wittgenstein e Dedekind

3.1 La sezione di Dedekind

Un altro momento chiave del dibattito sui fondamenti, al quale Wittgenstein ha dedicato numerosi pensieri, è la definizione dedekindiana di numero irrazionale mediante il metodo delle sezioni. Questa tematica e la lettura dei testi di Dedekind alla luce delle critiche di Wittgenstein ci permetteranno di approfondire la differenza tra il filosofo viennese e un altro rappresentate del discorso fondazionale in relazione alla questione già affrontata del 'pensare'.

> La spiegazione della sezione di Dedekind fa *come se fosse intuitiva*, intendo quando dice: esistono solo 3 casi: o S ha un ultimo elemento e D nessun primo, o etc.. . In realtà nessuno di questi casi si lascia *pensare (o immaginare)*[85].

Il termine 'intuitivo' attribuito da Wittgenstein a Dedekind potrebbe generare un fraintendimento e deve essere precisato. Come è noto, uno dei compiti principali dell'aritmetizzazione dell'analisi era proprio quello di eliminare dal discorso fondazionale qualsiasi ricorso a vaghe intuizioni spazio-temporali[86] . L'intuitivo a cui fa riferimento Wittgenstein ha a che fare con il darsi aproblematico di un'immagine linguistica – un modo d'esprimersi - mentre l'intuitivo a cui Dedekind e gli altri esponenti ottocenteschi facevano

---

[83] Wittgenstein, *Pensieri Diversi*, cit. p.159.

[84] Il fatto che Cantor non distinguesse la sua attività di matematico dalle sue ricerche in ambito teologico non è quindi qualcosa di meramente accidentale che possa essere tralasciato. Il concetto di 'possibilità' come pensabilità intesa come definibilità non-contradditoria dei concetti ha senso solo se i pensieri che vengono pensati sono pensieri che già da sempre esistono *in mente Dei* (cfr. W. Dauben, op. cit. p.229). È solo da questo punto di vista che la libertà della creazione matematica si può conciliare con la necessità e con la scoperta. Nel formalismo assiomatico successivo rimarrà soltanto la nozione di possibilità come mera non-contradditorietà ma venendo meno il fondamento teologico, viene meno anche il senso di questo 'pensare libero'.

[85] Wittgenstein, *Osservazioni Filosofiche*, cit. p.167 - 173h. (corsivo mio).

[86] Mangione, Bozzi, *Storia della logica*, cit. p.263.

riferimento era ovviamente l'intuizione interna ed esterna del criticismo kantiano. La spiegazione di Dedekind – a detta di Wittgenstein – «fa come se fosse intuitiva» perché egli utilizza un'immagine che è talmente consolidata da pratiche millenarie che si impone in modo immediato.

> È incredibile come un problema, attraverso gli ingannevoli modi d'esprimersi che le generazioni, passandoseli dall'una all'altra, spargono tutt'intorno, venga completamente circondato per miglia e miglia da un blocco che rende quasi impossibile l'avvicinarsi[87].

Tale immagine è l'immagine della retta composta da punti, da infiniti punti. Per Wittgenstein questa immagine, questo modo di esprimersi 'retta composta da infiniti punti', risulta altamente problematico, un caso del tutto analogo alla confusione ingenerata in matematica dal linguaggio della teoria degli insiemi. Vediamo un passaggio delle *Osservazioni Filosofiche* che precede proprio il pensiero con cui abbiamo aperto il capitolo sulla sezione di Dedekind:

> L'intera matematica è inquinata dal pernicioso modo di esprimersi della teoria degli insiemi. Un esempio è che si dice che la retta è composta di punti. La retta è una legge e non è composta di un bel nulla. La retta come tratto colorato nello spazio visivo può essere composta di tratti colorati più brevi (ma naturalmente non di punti). E poi ci si meraviglia, per esempio, che 'tra i punti razionali ovunque densi' trovino ancora posto gli irrazionali! Cosa mostra una costruzione come quella del punto √2 ? Forse come questo punto trova nonostante tutto ancora posto fra tutti i punti razionali? Mostra semplicemente che il punto *generato* dalla costruzione è *non razionale*. E cosa corrisponde nell'aritmetica a quella costruzione e a quel punto? Forse un numero che *nonostante tutto* s'insinua ancora a forza tra i numeri razionali? Una legge che non è della natura del numero razionale[88].

Vediamo le cose più da vicino. Come abbiamo accennato in precedenza, il termine intuitivo in relazione a Dedekind è da precisare, leggiamo come il matematico si esprime proprio in apertura del saggio *Continuità e numeri irrazionali*, il problema è ancora una volta la definizione rigorosa di 'limite':

> Per trattare la nozione di grandezza variabile tendente ad un valore-limite fisso, in particolare nella dimostrazione del teorema che ogni grandezza costantemente ma non illimitatamente crescente tende certamente ad un limite, facevo uso di considerazioni di ordine geometrico. Ritengo tuttora che dal punto di vista didattico tale ricorso all'intuizione geometrica nel primo insegnamento del calcolo differenziale sia molto utile, anzi indispensabile, se si vuole evitare

[87] Wittgenstein, *Grammatica Filosofica*, cit. p.427.
[88] Wittgenstein, *Osservazioni filosofiche*, cit. p.167.

> un'eccessiva perdita di tempo. Ma certo nessuno vorrà sostenere che una simile introduzione al calcolo differenziale possa pretendere di essere scientifica. Il mio senso di insoddisfazione fu tale che presi la ferma decisione di riflettere finchè non avessi trovato una fondazione puramente aritmetica e assolutamente rigorosa dei principi dell'analisi infinitesimale[89].

Intuizione è da intendersi dalle parole di Dedekind come rimando a rappresentazioni geometriche o suggerite mediante la geometria, mentre l'esigenza di aritmetizzazione dell'analisi è volta a «scoprirne l'origine autentica negli elementi dell'aritmetica e al tempo stesso pervenire così a una definizione effettiva dell'essenza della continuità»[90].

Ciò che è da cogliere nell'essenza è la nozione di continuità e l'assenza programmatica del riferimento a rappresentazioni geometriche non significa assenza di rimando alla retta geometrica, ma assenza di rimando a qualsiasi rappresentazione fondata su intuizioni spazio-temporali di rappresentazioni geometriche. Questo punto è essenziale per capire il discorso di Dedekind: ciò che è da escludere nella definizione aritmetica non è l'idea (o immagine) della retta – la cui essenza continua è proprio ciò che è da cogliere riconducendone l'origine al procedimento aritmetico – ma una qualsiasi ipotesi sulla natura dello spazio fondata su di una qualche e vaga intuizione esterna. La novità del procedimento definitorio di Dedekind risiede inoltre nel cogliere tale essenza in maniera assiomatica, individuandone un contrassegno o una proprietà descrivibile proprio in termini puramente aritmetici:

> L'assunzione di questa proprietà della retta altro non è che un assioma mediante il quale anzitutto riconosciamo alla retta la sua continuità, mediante il quale noi pensiamo la continuità nella retta. Se lo spazio ha un'esistenza reale, non necessariamente deve essere continuo; moltissime delle sue proprietà rimarrebbero tali e quali anche se fosse discontinuo. Anche se sapessimo con certezza che lo spazio fosse discontinuo, nulla ci potrebbe impedire, se volessimo di colmare le sue lacune nel nostro pensiero rendendolo continuo. Ma quest'atto consisterebbe in una creazione di nuovi punti che sarebbe eseguita in base al suddetto principio[91].

È evidente dalle parole di Dedekind – ed è questo che ci interessa sottolineare – che la retta 'continua' non è affatto qualcosa che esiste in sé nello spazio, la continuità non è qualcosa che si possa intuire o vedere a partire da una qualche rappresentazione spaziale, ma è qualcosa che appartiene esclusivamente al pensiero, siamo noi che «riconosciamo alla retta la sua continuità», la continuità è qualcosa che è pensata *nella* retta; pensare la continuità e pensare la retta sono la stessa cosa, ma il contrassegno della

[89] R. Dedekind, *Scritti sui fondamenti della matematica*, a cura di F. Gana, Bibliopolis, Napoli 1982, p.63.
[90] Ivi p. 64.
[91] Ivi p. 69.

continuità, ossia il fatto di poter pensare la retta come composta da infiniti punti, è una pura esigenza e possibilità del pensiero[92], perché nulla osta al pensiero di poter colmare qualsiasi lacuna.

3.2 Essere senza lacune

Viene alla luce l' intreccio tra pensiero, retta, continuo ed assenza di lacune. In ultima analisi ciò che vi è di 'intuitivo', nel senso di qualcosa che si dà al pensiero in modo irriducibile e primitivo, è l'immagine della retta come creazione del pensiero puro che pensa *in essa* la continuità in virtù della possibilità pura di colmare le lacune. Ma, in virtù di cosa il pensiero può colmare ogni lacuna? Quale esigenza del pensiero sottende questa operazione e quale concezione del 'pensiero' e del 'pensare'? Il «libero atto creativo»[93] a cui fa riferimento Dedekind nella creazione di nuove entità numeriche, compresi gli irrazionali, si fonda sul «nulla impedisce al pensiero» di colmare ogni lacuna. Il pensiero, in quanto puro e privo di ostacoli, si finge di poter procedere sempre oltre: nulla impedisce. Wittgenstein punterà il dito alla radice cartesiana di tale purezza: il cogito - inteso come il paradigma del movimento del pensiero

[92] Nell'affermazione assiomatica della natura della continuità possiamo vedere la novità del procedimento di Dedekind, come il suo limite filosofico. In Cassirer (cfr. E. Cassirer, *Kant e la matematica*, Guerini, 2009, p.113) la questione viene posta negli stessi termini, ma da un punto di vista kantiano e filosofico, l'accento muta notevolmente: «Così la continuità nel suo autentico senso scientifico rimane sempre un concetto ideale, che premettiamo all'osservazione come regola, non un risultato che si possa immediatamente ricavare da essa. [...] Così, nel pensiero, ogni 'sezione' della serie numerica è totalmente separata da ogni altra, per quanto vicina possa esserle. L'univocità della prescrizione concettuale, dalla quale pensiamo definita la sezione, ci fornisce ciò che la sensazione, per quanto estesa volessimo pur pensare la sua facoltà, ci dovrebbe per sempre negare». Il fraintendimento del criticismo kantiano da parte di Dedekind e degli altri esponenti della scuola logicista nel contrapporsi all'elemento intuitivo, risiede proprio nell'incomprensione della non immediatezza dell'intuizione sensibile kantiana ma dall'esser questa sempre 'in vista di' un'esperienza possibile, ossia dell'esser sempre informata dall'esigenza regolativa della ragione che è sempre un'esigenza ideale: è in virtù di tale esigenza che si può pensare la continuità che altrimenti non potrebbe mai darsi nella finitezza dell'esperienza sensibile. Ma in questo modo, da una prospettiva kantiana, con la citazione di Cassirer, abbiamo solo esplicitato come un fatto della ragione (l'ideale), ciò che il matematico riconosce come un assioma. Ma ad entrambe le prospettive sfugge il fatto che la retta è ideale in quanto è già aritmetizzata, ossia è già presa all'interno di quella particolare scrittura del *logos mathematikòs* che è essenzialmente scrittura ideale. L'immanentismo di Wittgenstein non permette né di arrestarsi dinanzi ad un assioma, né di riconoscere qualcosa come 'concetto ideale'; questo porta a fare affermazioni che paradosalmente possono essere interpretate come posizioni più 'arretrate' rispetto alla novità dedekindiana, ma non è così: «Supponiamo di sezionare dove non c'è nessun numero razionale. Allora devono esserci valori di approssimazione a questa sezione. Ma che vuol dire 'prossimo'? Prossimo a che cosa? […] per il momento non ho proprio nulla nell'ambito dei numeri a cui potermi approssimare […] dai fatti spaziali sono spinto avanti senza ambiguità» (Wittgenstein, *Osservazioni Filosofiche*, cit. 180c, p. 177). Si tratta di 'vedere' qualcosa e non di 'pensare' e quindi solo 'dai fatti spaziali' posso essere spinto in avanti, non da una metafisica esigenza del pensiero. Ma la differenza è che in Wittgenstein 'vedere' e 'pensare' hanno subìto una torsione tale, alla luce della svolta linguistica, che una interpretazione letterale – dal punto di vista del 'vedere' e del 'pensare' di Dedekind – non può che portare ad un fraintendimento dei termini della questione. Il 'vedere' di Wittgenstein non è mai un 'vedere' immediato ma è sempre mediato da a priori dello sguardo in virtù di determinate pratiche di addestramento.

[93] Dedekind, op. cit. p. 68.

puro che prescinde dal linguaggio e dalle sue immagini- non compie alcun lavoro[94]: nel terreno puro e privo di attrito della logica non è possibile alcun movimento, nessun procedere, è solo da immagini spaziali - che provengono dal terreno scabro della vita e che sono depositate e sedimentate nel nostro linguaggio - che siamo sospinti sempre avanti[95].

L'essere senza lacune non è altro che un'altra immagine del pensiero puro. Abbiamo qui un intreccio di metafore, immagini, modi di esprimersi che rimandano tutti ad una stessa matrice: pensiero puro, continuo, *Essere* senza lacune[96], tutti in qualche modo collegati all'immagine della retta come composta da infiniti punti. Là dove Dedekind cerca di pensare la retta e questo pensiero gli si impone con l'evidenza di qualcosa che si dà in modo irriducibile e primitivo, Wittgenstein vede una formazione discorsiva – vede solo parole[97] - e cerca un senso possibile.

> La concezione è sempre la stessa: basta metter insieme parole del nostro linguaggio d'ogni giorno perché la combinazione abbia un senso che – se non dovesse esserci del tutto chiaro – dobbiamo indagare[98].

Dedekind si interroga sinceramente sulla correttezza dell'idea che lui ha del continuo[99]. In una lettera di risposta al matematico Lipschitz[100] che aveva avanzato l'ipotesi che la definizione di Dedekind non dicesse nulla di nuovo rispetto al procedimento euclideo di definizione dell'irrazionale mediante un algoritmo di approssimazione infinita, egli scrive di non aver voluto dire nulla di nuovo rispetto agli antichi o anche rispetto a quanto già noto ai matematici dell'epoca e che la sua definizione di irrazionale e di completezza o continuità del dominio dei reali è sostanzialmente equivalente al teorema secondo il quale «se una grandezza cresce costantemente, ma non oltre ogni limite, allora essa approssima un valore limite»[101]. Tuttavia – egli scrive - la sua definizione si basava su elementi esclusivamente aritmetici, senza far alcun riferimento a

---

[94] Wittgenstein, *Osservazioni sulla Filosofia della psicologia*, cit. p. 265.

[95] «Supponiamo di sezionare dove non c'è nessun numero razionale. Allora devono esserci valori di approssimazione a questa sezione. Ma che vuol dire 'prossimo'? Prossimo a che cosa? […] per il momento non ho proprio nulla nell'ambito dei numeri a cui potermi approssimare […] dai fatti spaziali sono spinto avanti senza ambiguità» (Wittgenstein, *Osservazioni Filosofiche*, cit. 180c, p. 177)

[96] Un altro luogo in cui compare la stessa esigenza di eliminare qualsiasi lacunosità è quello della dimostrazione completamente formalizzata – la metafora è di Frege – in cui la lacuna nella dimostrazione viene fatta coincidere con l'elemento intuitivo non giustificato dalla ragione formale, ossia della riconduzione di ogni passaggio ad assiomi o regole. È interessante notare come la dimostrazione stessa si presenta come un'altra immagine di un Essere senza lacune, in cui tra un passaggio e un altro non c'è propriamente nulla.

[97] Cfr. Wittgenstein, *Zettel*, cit. p.62

[98] Wittgenstein, *Grammatica Filosofica*, cit. p.444.

[99] «Sono felice se ognuno trova il principio sopra esposto così ovvio e così in armonia con la sua propria idea di retta; poiché io infatti non sono in grado di fornire alcuna dimostrazione della sua correttezza, né nessuno può far ciò. L'assunzione di questa proprietà della retta è null'altro che un assioma in base al quale noi attribuiamo alla retta la sua continuità, per mezzo della quale troviamo la continuità della retta» (Dedekind, op. cit. p.125).

[100] R. Dedekind, op. cit p. 135.

[101] Ivi p. 137.

qualsiasi nozione di grandezza e soprattutto ad una qualsiasi rappresentazione dello spazio per fondare la nozione di continuità, perché ci si poteva rappresentare benissimo lo spazio in modo discontinuo. In Euclide e negli scrittori successivi non si trova mai la chiusura del completamento del dominio dei reali, in altri termini non si trova mai il «concetto di domini di grandezza continui, cioè i più completi pensabili»[102]. Per Dedekind quindi la continuità è anzitutto pensata e pensata in virtù di quelle facoltà puramente logiche che presiedono a qualsiasi attività mentale dell'uomo. Ma – potremmo aggiungere, perché risulta abbastanza chiaro dal testo – la continuità è un'esigenza del pensiero, un'esigenza di completezza[103].

Ciò che è in gioco con Wittgenstein è proprio tale esigenza che se viene vissuta da Dedekind come un'istanza che scaturisce dal pensiero – tale per cui penso la retta perché infondo in essa l'inesauribile e infinita tensione del pensiero pensante- per il filosofo viennese invece il pensiero è già da sempre chiuso e completo perché non c'è dialettica possibile tra finito e infinito e quindi si pensa di pensare la continuità della retta perché si è misteriosamente incantati da un'immagine che ammalia gli uomini da centinaia di anni, e questo pensare è semplicemente aver a che fare con una immagine che è sempre una immagine discorsiva, una formazione linguistica: non siamo noi che pensiamo l'immagine della retta, non è il nostro pensiero che come una potenza attiva infonde continuità alla retta, ma abbiamo a che fare con delle parole nelle quali non riusciamo a raccapezzarci e l'unica cosa che possiamo dire sensatamente è che, poiché c'è dello spazio e finchè c'è dello spazio, siamo continuamente spinti in avanti in operazioni di suddivisioni successive. In altri termini per il filosofo il dominio di ciò che è immaginabile non è da intendersi come un a priori intuitivo del pensiero puro[104], ma dipende dall'uso delle parole: non c'è libero gioco del pensiero, la pura possibilità di pensare sempre oltre.

Wittgenstein non pensa, vuole *vederci* chiaro: se ci muoviamo inizialmente nel dominio di Q in esso è impossibile 'immaginare/pensare' una

---

[102] Ivi p. 133.

[103] La differenza con i matematici dell'Antichità sembra essere proprio l'esigenza di completezza. Tale concetto gioca un ruolo fondamentale in tutto il dibattito sui fondamenti, declinato in modi differenti in relazione alla continuità della retta, all'esser senza lacune della dimostrazione completamente formalizzata, fino allo 'scacco' finale con il teorema di Gödel. È un tratto moderno la cui origine la possiamo ravvisare in quel «nulla impedisce al pensiero di pensare un genio maligno che può tutto» delle *Meditazioni* di Cartesio che è la radice che mettendo in dubbio il pensiero puro lo qualifica come tale e che ritroviamo anche nel procedimento argomentativo di Dedekind, in cui l'intero discorso sulla sezione è proprio retto da un «nulla impedisce al pensiero di colmare ogni lacuna». È un'esigenza di completezza che come abbiamo già avuto modo di osservare è tipicamente moderna ed ha a che fare con la nascita dell'algebra e della matematica formale (cfr. E. Husserl, *La crisi delle scienze europee e la fenomenologia trascendentale,* Il Saggiatore, Milano 2008, p.52).

[104] Qui ritroviamo quella concezione di possibilità di cui si diceva prima in relazione a Cantor: il possibile inteso in termini di pensabile, immaginabile (*Vorstellung*) come contenuto chiaro della mente in quanto definito in modo non contraddittorio. Ma tale possibilità risulta essere qualcosa piuttosto che un semplice nulla - non senso – perché tale pensare ha fondamento nell'Intelletto divino e la libertà creativa del matematico che crea il numero reale non è puro arbitrio. In Dedekind la giustificazione teologica è fatta di passaggio – «siamo di stirpe divina»- come se il suo precorrere il formalismo assiomatico vada di pari passo con l'oblio di un'intera tradizione che conferirebbe senso alla nozione di possibilità.

sezione che dia luogo ad un irrazionale. Questo perché il significato, così come ciò che è possibile immaginare e pensare, non è da intendersi come qualcosa di dato a priori e immediato, ma sempre in riferimento ad un sistema di regole, ad una applicazione e come dirà più tardi ad un uso. Dedekind, parlando di «correttezza di un'idea» è ancora imbrigliato in un modo di pensiero metafisico-razionalista secondo il quale la concepibilità è garanzia di pensabilità e quindi correttezza. La novità del suo procedimento è il tentativo di fondare tale intuizione a partire dall'esibizione di una struttura assiomatica che riconduca ad elementi semplici logico-aritmetici il concetto. Ma senza quell'immagine della retta, con le sole operazioni logiche del pensiero, non sarebbe mai arrivato ad immaginare la retta come continua. Se per Dedekind il continuo può stare come oggetto da descrivere in quanto presente come un'idea dinanzi alla mente, come qualcosa di accessibile in modo immediato, un fatto incontrovertibile della nostra ragione da analizzare mediante una *riduzione di fatto* ad elementi semplici di natura logico-aritmetica, in Wittgenstein ciò che occupa la scena non è il pensiero ma il linguaggio e quindi il problema è sempre un problema di senso che non può essere risolto con un semplice 'e così via all'infinito' perché queste sono ancora parole[105].

3.3 I casi che non si lasciano immaginare

Ora vediamo la definizione di sezione proposta da Dedekind e i casi che a detta di Wittgenstein non si lasciano pensare (o immaginare):

[105] Nel passo citato in apertura e nello stesso identico ripetuto in *Grammatica Filosofica*, in cui Wittgenstein dice che i casi di Dedekind non si lasciano immaginare, viene utilizzato *Vorstellung*, questo farebbe pensare al significato tradizionale di 'rappresentazione mentale'. Su questo punto tuttavia sarebbe facile equivocare. L'antimentalismo di Wittgenstein non nega la rappresentazione psicologica, soggettiva, mentale ma sposta considerevolmente tale attività facendola coincidere di fatto con il linguaggio e con l'uso del linguaggio legato a qualche forma di vita, applicazione, attività. Il fatto è che anche eventuali entità psicologiche non avrebbero nessuna relazione privilegiata con l'intendere una proposizione, perché sarebbero a loro volta configurazioni segniche. Questa tesi è già del tutto evidente nel *Tractatus* e ribadita in modo esemplare in un pensiero della *Grammatica Filosofica*, il cui riferimento alla posizione di Frege ci permette anche di chiarire il senso della svolta linguistica di Wittgenstein rispetto a quella del logico di Jena: «Parlando contro la concezione formalistica dell'aritmetica Frege dice pressappoco: se capiamo i segni queste minuziose spiegazioni, che li riguardano, sono superflue. Allora capire è quasi come vedere un'immagine da cui seguono tutte le regole che rendono comprensibili i segni. Ma Frege non sembra rendersi conto che a sua volta quest'immagine sarebbe ancora un segno, o un calcolo, che ci spiega quello scritto» (Wittgenstein, *Grammatica Filosofica*, cit. p.6). In Wittgenstein la possibilità o impossibilità di immaginare qualcosa è sempre connessa ad un'impossibilità logica intesa in senso grammaticale (cfr. M. Andronico, *Descrivere e immaginare nel secondo Wittgenstein*, «Filosofia», 1986, pp. 3-44), in relazione ad un determinato sistema concettuale, questa concezione negli scritti successivi subirà una torsione in senso pragmatico coinvolgendo un'intera forma di vita. Non si riesce ad immaginare la sezione, perché non esiste un immaginare puro, indipendente dal linguaggio o da qualche attività in cui il linguaggio si trovi coinvolto, non esiste un pensare puro in virtù del quale si possa creare liberamente una nuova entità e affermarne l'esistenza. Se l'immaginare è sempre in relazione ad un sistema, se ragioniamo in Q non possiamo immaginare la sezione, se ragioniamo in R allora stiamo già presupponendo la sezione.

[…] Ogni numero razionale *a* determina una suddivisione del sistema *R* in due classi A_1 e A_2 tali che ogni numero a_1 della prima classe A_1 è minore di ogni numero a_2 della seconda classe A_2; A è o il numero massimo della classe A_1 o il numero minimo della classe A_2. Ora, data una qualsiasi partizione del sistema *R* in due classi A_1, A_2 caratterizzate soltanto dalla proprietà che ogni numero a_1 in A_1 è minore di ogni numero a_2 in A_2, chiamiamo, per brevità, tale partizione una sezione e la indichiamo con (A_1, A_2). Possiamo dire allora che ogni numero razionale a determina una sezione, o meglio due sezioni che però noi non considereremo come essenzialmente diverse; tale sezione gode inoltre della proprietà che o tra i numeri della prima classe esiste un massimo, o tra i numeri della seconda classe esiste un massimo, o tra i numeri della seconda classe esiste un minimo. E inversamente, se una sezione gode di quest'ultima proprietà, essa è determinata da questo numero massimo o minimo.

Ma è facile convincersi che esistono infinite sezioni che non sono determinate da un numero razionale. L'esempio più immediato è il seguente.

Sia D un intero positivo che non sia il quadrato di un intero, allora esiste un intero positivo λ tale che

$\lambda^2 < D < (\lambda + 1)^2$

Se si assegnano alla seconda classe A_2 tutti i razionali positivi a_2 il cui quadrato sia >D, e alla prima classe tutti i rimanenti numeri razionali a_1, questa partizione costituisce una sezione (A_1, A_2), cioè ogni numero a_1 è minore di ogni numero a_2. Infatti, se il numero a_1 è = 0 o è negativo, esso è automaticamente minore di ogni numero a_2, che per definizione è positivo; se invece a_1 è positivo, il suo quadrato è $\leq$ D e quindi a_1 è minore di ogni numero positivo a_2, il cui quadrato è > D. Questa sezione però non è determinata da nessun numero razionale. Per dimostrarlo si deve far vedere che non esiste un numero razionale il cui quadrato sia = D. Sebbene ciò sia noto dai primi elementi della teoria dei numeri, non sarà fuori luogo qui la seguente dimostrazione[106].

Dal fatto che non tutte le sezioni sono determinate da un numero razionale segue che l'insieme dei razionali non rappresenta la continuità della retta, e quindi che ad ogni sezione di questo tipo possiamo associare un nuovo numero completamente definito da essa. La critica di Frege al procedimento di Dedekind – che Wittgenstein non poteva non conoscere - mirava ad esplicitarne alcune deficienze logiche[107], ma non metteva in discussione il darsi della sezione in quanto tale. Wittgenstein si ferma un passo prima[108], dice

[106] R. Dedekind, op. cit. p.71.

[107] In particolare Frege – come anche Russell - osserva che le definizioni di Cantor e Dedekind si basavano su di un non ben esplicitato assioma di continuità, tale per cui ad ogni punto della retta doveva corrispondere un numero irrazionale; in questione era la definizione di esistenza degli enti matematici: la definizione suddetta non garantiva che non fosse 'vuota', ossia che alle sezioni corrispondessero effettivamente degli oggetti e che questi oggetti fossero numeri. (cfr. Mangione, Bozzi, op. cit. p. 279).

[108] «Dove gli altri proseguono, là io mi fermo» (Wittgenstein, *Pensieri Diversi*, cit. p.126)

esplicitamente che i casi non si lasciano immaginare[109]. In primo luogo perché per poter pensare quei casi devo già assumere l'immagine fuorviante della retta come composta da infiniti punti e senza lacune, in secondo luogo perché, se dal punto di vista aritmetico sto ragionando all'interno del sistema dei numeri razionali[110] - se il mio immaginare avviene all'interno della grammatica dei razionali e non è un immaginare puro - nulla potrà mai farmi immaginare o pensare che possa esserci una lacuna in esso. Se si parte dal numero razionale già dato non c'è nulla da immaginare, se invece prendiamo l'inverso della sezionabilità in cui abbiamo una sezione ma non un numero determinato a priori che la crea, dobbiamo ricorrere ad un'immagine, come nel caso della definizione di √2 in cui ci si avvicina infinitamente a qualcosa secondo un procedimento di approssimazione successiva[111].

Wittgenstein, affermando che la retta non è composta da punti, sta mettendo in movimento un'antica tradizione, sta facendo i conti con un'immagine che ha una tradizione millenaria. E non per metterla in ridicolo, ma per cercare seriamente di pensarla[112].

Infatti, il confronto non termina qui, perché in un passo delle *Osservazioni Filosofiche*, abbiamo un'affermazione analoga ma con una sfumatura differente. Mi riferisco ad un passo della *Grammatica Filosofica* in cui si ripete lo

---

109 Riguardo la critica di Wittgenstein alla definizione di Dedekind confronta anche Shanker, *Wittgenstein and the turning point in the philosophy of mathematics*, State University of New York Press, 1987, pp. 186-193.

110 Qui l'opposizione tra Dedekind e Wittgenstein non potrebbe essere più stridente: per il primo l'irrazionale è pensato proprio come «fenomeno che si produce nel dominio dei numeri razionali» (R. Dedekind, op. cit. p.82); la sua 'genesi' quindi è puramente aritmetica, come ad esempio può essere l'estensione – in virtù dell'operazione di sottrazione tra un intero positivo minore e uno maggiore – dal dominio degli interi positivi a quelli negativi. Per Wittgenstein invece, il ricorso a rappresentazioni spaziali - l'immagine della retta – affinchè si possa procedere *verso* l'irrazionale, entra a pieno titolo nella definizione, perché «è dai fatti spaziali che siamo continuamente spinti in avanti». In termini puramente aritmetici si potrebbe dire che un irrazionale ha una genesi meramente 'sintattica' in virtù del tentativo di trovare la radice quadrata di un numero intero che non sia un quadrato perfetto, oppure come fatto aritmetico a partire dalla scoperta dei numeri trascendenti. Ma Wittgenstein sembra mettere in questione proprio il problema di un tale possibilità. In 176d delle *Osservazioni Filosofiche* in merito alla genesi del numero immaginario dice: «La mia difficoltà è questa: se nell'ambito dei numeri reali o razionali o interi risolvo equazioni secondo le regole, in certi casi arrivo a quello che sembra un assurdo. Poniamo che succeda: devo dire che si è dimostrato che l'equazione di partenza era assurda? […] Per esempio, se vien fuori √-1, così che √-1 +1 sarebbe già una radice normale. La continuità, il collegamento con la soluzione normale non sono interrotti. Il significato di tutto questo sarebbe che nel concetto di numero reale, come noi lo rappresentiamo tramite il nostro simbolismo e le sue regole, è già presupposto il concetto di numero immaginario?». Ciò che da Wittgenstein è messo in discussione quindi è che tale 'estensione' del dominio numerico sia pre-determinato, sia pre-giudicato e non invece un atto di decisione in virtù di una qualche analogia o di un qualche uso.

111 Dedekind stesso confessa di aver preso l'idea della sua definizione proprio dall'algoritmo euclideo e la sua dimostrazione è basata sul fatto aritmetico dell'inesistenza della radice quadrata di un numero intero che non sia una radice perfetta.

112 «Un'immagine fortemente radicata in noi può certo essere paragonata alla superstizione, ma si può anche dire che si deve sempre giungere a un qualche fondamento solido, sia esso un'immagine oppure no. E dunque un'immagine che sta al fondo di tutto il nostro pensiero sarà da rispettare e non da trattare come una superstizione». (Wittgenstein, *Pensieri Diversi*, cit. p.155).

stesso commento del passo citato (in cui i casi che non si lasciano immaginare diventano 2), ma si dice anche dell'altro:

> Dicendo: «Ci sono 3 casi: o la classe K ha un primo membro e la classe L non ha un ultimo membro etc.. », la spiegazione della sezione di Dedekind pretende di essere intutiva. In verità, 2 di questi casi non si possono affatto immaginare [vorstellen] a meno che le parole 'classe', 'primo membro', 'ultimo membro', non cambino completamente quello che, a quanto si dice, è il loro significato ordinario ormai consolidato. Quando infatti – stupiti a sentire un tizio parlar d'una classe di punti che giace a destra di un punto dato e non ha un inizio – gli chiediamo: ma allora facci un *esempio* d'una classe di questo genere, quello tira fuori l'esempio dei numeri razionali! Ma questa non è affatto una *classe di punti nel senso originale* del termine![113].

È utile esplicitare i vari livelli che si possono individuare nella critica di Wittgenstein: c'è un uso equivoco dei termini, c'è un'immagine che non si lascia immaginare e che entra come elemento fondamentale nella dimostrazione, c'è una concezione del linguaggio che «gira a vuoto». Per quanto riguarda il primo punto abbiamo che il termine 'classe' viene mantenuto come avente lo stesso significato sia che si tratti di una classe finita che di una infinita. Mentre, osserva Wittgenstein, 'finito' o 'infinito' non sono aggettivi e accostati al termine 'classe' ne alterano irrimediabilmente la grammatica logica, ossia l'uso. Nel caso in cui il punto è dato prima della sezione non si pone la questione della classe finita o infinita, mentre nel caso inverso – che è l'assioma mediante cui si può pensare la continuità – una classe infinita viene utilizzata come se fosse finita: infatti il 'giacere a destra o a sinistra' è qualcosa che può essere determinato in relazione ad una classe finita, mentre qui si tratta di una classe infinita, quella dei razionali. Da questa analogia tra l'uso nel caso del finito trasportato nell'ambito dell'infinito emerge l'irrazionalità, ossia il numero irrazionale. È quindi in virtù di un'analogia che si crea – nel linguaggio – l'immagine, la configurazione discorsiva che dà luogo al numero irrazionale e non in virtù di una rigorosa dimostrazione logico-aritmetica.

Ma è bene non equivocare sull'appello di Wittgenstein al «senso originale del termine». Il filosofo non sta ipostatizzando l'uso ordinario come quello corretto, infatti ci dice che per poter immaginare la sezione di Dedekind dovremmo cambiare l'uso delle parole: «non si possono affatto immaginare [*vorstellen*] *a meno che* le parole 'classe', 'primo membro', 'ultimo membro', non cambino completamente quello che, *a quanto si dice*, è il loro significato ordinario ormai consolidato»[114]. Qualsiasi uso delle parole, purchè riuscissimo a capirci, potrebbe andar bene: il problema è quell'uso del tutto particolare che Dedekind fa del linguaggio matematico che non rimanda a nessun uso effettivo, ossia quell' uso puro in cui si tenta di descrivere qualcosa che non può essere descritto, qualcosa che di fatto non può essere detto e che, proprio nella misura in cui sfugge alla misura discreta del linguaggio, è irrazionale, *a-*

[113] Wittgenstein, *Grammatica Filosofica*, p.422 (corsivo dell'autore).
[114] (corsivo mio).

logos. Questo è l'uso filosofico-matematico del linguaggio che fa da sfondo all'intero dibattito sui fondamenti.

Un caso analogo è quello dell'espressione 'il massimo di una curva':

> Se vogliamo sapere cosa significhi 'il massimo di una curva', chiediamoci: come si fa a trovarlo? – Quel che si trova in modo diverso è cosa diversa. Lo si definisce come il punto della curva che sta più in alto di tutti gli altri, e così si ha di nuovo l'idea che sia soltanto la nostra umana debolezza a impedirci di scorrere uno a uno tutti i punti della curva e di sceglier tra essi il più alto. […] Ma non si può invocar l'umana debolezza dove la pseudoproposizione dell'azione 'che non possiamo portare a termine' è priva di senso'.
> […] Gli uomini sono impigliati nella rete del linguaggio, e non lo sanno[115].

Il pensiero puro di Dedekind, proprio in quanto puro, può fingersi di colmare qualsiasi lacuna, ma - in termini kantiani (e qui abbiamo la nemesi per i fondazionalisti post-kantiani che esercitano una nozione di fondamento ancora pre-kantiana) – è un pensiero che fa un uso metafisico-dialettico delle proprie categorie, ossia non è in vista di alcuna esperienza; in termini wittgensteiniani è in vista di un'applicazione *pura*, ossia di nessuna applicazione: è un pensiero-azione in vista di un'azione che non potremo mai portare a termine.

Una situazione analoga si presenta quando, seguendo Wittgenstein, cerchiamo di esplicitare le assunzioni implicite nel pensiero della continuità:

> Supponiamo di tagliare un segmento là dove non c'è nessun punto razionale (nessun numero razionale) – Ma è possibile? Di che genere di segmento parli? – Ma se i miei strumenti di misura fossero sufficientemente raffinati, con bisezioni successive potrei di sicuro approssimarmi illimitatamente a un certo punto ben determinato – No, perché non potrei mai venire a sapere se il mio punto sia proprio quello. L' esperienza mi dirà sempre e soltanto che finora quel punto non l'ho raggiunto[116].

L'argomento delle sezioni di Dedekind presuppone la disponibilità di uno strumento di misura «sufficientemente raffinato» ma, se si riuscisse veramente a raggiungere il termine ultimo con tale strumento – ad esempio con bisezioni successive con il compasso per 'raggiungere' $\sqrt{2}$ - ci troveremmo a dover ammettere che lo spazio in cui stiamo operando non è euclideo[117], oppure che stiamo assumendo uno strumento di misura non sufficientemente raffinato ma infinito. E qui ritroviamo il caso dell'uso 'puro' del linguaggio che

[115] Wittgenstein, *Grammatica Filosofica*, cit. p.423.
[116] Ivi p.432.
[117] *Ibidem.*

è la negazione di qualsiasi uso: uno strumento di misura con precisione infinita non è uno strumento di misura, non può misurare[118].

3.4 Il fondamento

C'è un intreccio psicologista e culturalista nella prospettiva in parte logicista e in parte struttural-formalista di Dedekind che trova compimento in alcune sue idee pedagogiche, e che è utile esplicitare perchè in relazione ai pensieri di Wittgenstein può rivelarci delle aperture inaspettate.

Il nucleo logicista del pensiero di Dedekind in matematica – al di là della sua concezione psicologista della logica – consiste nel considerare il ragionamento esatto, i processi di operare inferenze, come elemento costitutivo degli oggetti matematici. Essi sono dei costrutti logici e la loro struttura, la loro essenza, deve essere esplicitata proprio mediante lunghe 'catene' deduttive. Tale derivazione viene pensata da Dedekind in termini psicologico-genetici, proprio come se il concetto di numero avesse una storia inconscia[119] da esplicitare e tale storia si manifesterebbe attraverso le 'catene' deduttive che dai pochi principi logici individuati conduce direttamente e necessariamente al numero. La ricostruzione logica viene pensata come reale ricostruzione dei processi inconsci del pensiero che ognuno compie quando impara o fa matematica. La sua riduzione è quindi una riduzione di fatto. Le sue convinzioni pedagogiche riflettono questa concezione psicologico-logicista della logica e della matematica, tanto che egli riteneva che si potessero introdurre i concetti di 'limite' e di 'grandezza variabile' anche al ginnasio, in quanto con il suo metodo rigoroso si ripercorrevano le vie naturali del pensiero. Il continuo richiamo all'intuizione anche nei metodi didattici per chiarire le nozioni primitive, gli sembrava quindi un sintomo di autolesionismo, di disonestà, perché era un metodo che non si armonizzava col modo reale in cui il ragazzo si forma le nozioni[120].

Da questo punto di vista, il metodo più naturale e rigoroso per spiegare la somma ad un bambino, sarebbe quello della ricostruzione logicista dell'addizione, così come il suo metodo delle sezioni sarebbe il migliore per

---

[118] Ancora una volta, Wittgenstein ci apre un orizzonte che investe direttamente un luogo originario della storia del continuo: la scoperta dell'incommensurabilità del lato del quadrato con la diagonale. Nella enunciazione del problema si assume implicitamente che si abbia a disposizione uno strumento di misura infinito. La dimostrazione dell'incommensurabilità infatti, comincia proprio ipotizzando un quadrato il cui lato sia di lunghezza 1, senza specificare la sensibilità dello strumento e l' errore di misurazione. La lunghezza in questione non è quindi una lunghezza fisica, reale, ma una lunghezza già geometrizzata e aritmetizzata, è già una lunghezza ideale che presuppone l'infinito: non esistono quadrati di lunghezza 1, perché non esistono strumenti di misura con precisione infinita. Il numero irrazionale è presupposto fin dalla prima ipotesi con cui comincia la dimostrazione della 'sua' esistenza, poiché 'segmento di lunghezza 1' senza specificare alcun errore significa che il mio strumento ha sensibilità infinita e dopo quell' 1 devo assumere una serie infinita di '0', ossia quell' 1 non è un numero naturale ma il numero irrazionale 1, 0000 e 'così via'. Una ulteriore conferma della validità di questo ragionamento l'abbiamo dal fatto che un passaggio chiave della suddetta dimostrazione è l'impossibilità che un numero sia allo stesso tempo pari o dispari, ma l'oscillare infinito di una serie infinita vanifica proprio quell'assunzione e quindi ancora una volta si ha l'assunzione surrettizia di ciò che si vorrebbe dimostrare.

[119] R. Dedekind, op. cit. p.28.

[120] Ivi p.31.

l'introduzione del concetto di numero reale . Questo punto è interessante, perché in Wittgenstein abbiamo degli esempi pedagogici analoghi e delle osservazioni sulla stessa questione di segno completamente opposto a quelle di Dedekind. In particolare, c'è un passo delle *Osservazioni sui fondamenti della matematica* che può essere accostato a questa proposta didattica di Dedekind:

> Si potrebbe dire: che cosa potrebbe non comprendere, un bambino di 10 anni, della prova di Dedekind? – Questa prova non è infatti molto più semplice di tutti i calcoli che il bambino deve saper padroneggiare alla perfezione? - E se ora qualcuno dicesse che il bambino non è in grado di comprendere il contenuto più profondo del teorema – io gli chiederei: come fa questo teorema a entrare in possesso di un contenuto profondo?[121].

Il problema che vuole sottolineare Wittgenstein, in coerenza con la sua tesi che in matematica si ha solo calcolo e nessun significato, è che se ci mettiamo da un punto di vista del bambino che nulla sa del numero irrazionale, con una spiegazione di natura meramente logico-aritmetica, egli non potrà mai innalzarsi alla comprensione del significato profondo che il teorema, nella sua veste in prosa, vorrebbe comunicare. Esso ha a che fare con una immagine, una formazione discorsiva che ha l'apparenza di avere un senso, e che entra nel calcolo stesso: l'immagine della retta composta da infiniti punti. Se guardiamo alla prova di Dedekind solo come ad una tecnica di calcolo, ossia come un procedimento di divisione successiva[122], non potremmo mai arrivare alla nozione di irrazionale come numero determinato.

> L'immagine della retta numerica è assolutamente naturale solo fino a un certo punto: fino al punto, cioè, in cui non la si usa per una teoria generale dei numeri reali. […]

[121] Wittgenstein, *Osservazioni sui fondamenti della matematica*, cit. 196.

[122] «Se vuoi dividere i numeri reali in due classi, una superiore e una inferiore, devi farlo, prima di tutto, in modo approssimativo, determinando due punti razionali, P e Q.

```
P                 Q
-------------|------|------|-------|-------------------------
```

Poi dividi in metà PQ e decidi in quale delle due metà (se non nel punto di divisione) deve trovarsi la sezione: se, per esempio, deve trovarsi nella metà inferiore, dividi in metà quest'ultima e prendi una decisione più esatta; e così via. Se hai un principio di prosecuzione illimitata, puoi dire che esso esegue una sezione, poiché, per ciascun numero, decide se si trova alla destra o alla sinistra. – Ora sorge la questione se grazie a un tale principio di divisione sia possibile arrivare dappertutto, o se invece sia necessaria una decisione di altro genere; e si potrebbe anche chiedere se prima o dopo aver preso la decisione in conformità a questo principio. Ebbene, in nessun caso prima di aver preso la decisione; perché fin quando non è ancora deciso in quale porzione finita della retta debba giacere il punto, la questione può essere risolta grazie a un'ulteriore divisione. – Ma c'è ancora posto per una decisione ulteriore dopo aver preso la decisione in conformità ad un principio?» (Wittgenstein, *Osservazioni sui Fondamenti della matematica*, cit. p.196).

> La prova del teorema di Dedekind lavora con un'immagine che non la può giustificare ma che, piuttosto, dev'essere giustificata dal teorema[123].

Qui abbiamo un aspetto della critica a Dedekind che esemplifica la critica mossa in altri luoghi alla riduzione-ricostruzione logicista dei *Principia Mathematica* di Russell e Whitehead. Wittgenstein sostiene ad esempio che il calcolo dei *Principia* non ci dà affatto il concetto di somma tra due numeri. Se noi non sapessimo già fare una somma con i numeri, seguendo semplicemente la ricostruzione simbolica delle tautologie russelliane non potremmo mai arrivare a saper fare una somma, e saper fare qualcosa – nella prospettiva di Wittgenstein – significa averne un concetto[124]: «ma come è possibile avere un concetto e non avere idee chiare sulla sua applicazione?»[125].

Ciò che qui ci preme circoscrivere è lo spirito fondazionalista di Dedekind, nel suo molteplice intreccio di logicismo, psicologismo, antropologismo e metodo assiomatico, che delinea i confini del suo modo di intendere il pensiero e il suo fondamento. Lo schema generale in forma assiomatica della creazione dei numeri è inteso come vera e propria scrittura della genealogia logico-psicologica del concetto di numero, così come il metodo delle sezioni è il metodo di introduzione dei numeri reali che più si avvicina al naturale modo di pensare dell'uomo[126]. La riduzione di fatto significa che una cosa *è* l'altra, il dispiegamento degli assiomi e dei processi deduttivi ci dànno il concetto di numero in quanto tale e nella sua essenza. Questa tesi, dal punto di vista antropologico e 'culturalista' di Dedekind, pone dei problemi di traduzione molto simili a quelli che faranno scrivere fiumi di parole nel dibattito antropologico novecentesco sul problema del significato: la struttura assiomatica astratta scritta nel formalismo logico-matematico coglie un significato universale del concetto di numero, così come esso si presenta in tutte le culture e soprattutto in tutti i possibili linguaggi e usi? Cosa giustifica quest'atto di astrazione in virtù del quale si esibisce una struttura e delle relazioni indipendentemente dagli oggetti particolari a cui si riferisce, delle 'entità astratte', in modo che si possa dire che a prescindere dal linguaggio in cui esse vengono identificate, ciò di cui si sta parlando è sempre la *stessa* cosa? Il numero come oggetto, nella prospettiva di Dedekind – in questo molto lontana dal platonismo di Cantor[127] – si dissolve nella struttura assiomatica e il criterio di uguaglianza assunto dal matematico sarà quello dell'isomorfismo strutturale. Indipendentemente dalla qualità degli individui e dal linguaggio mediante cui essi vengono identificati: se abbiamo una relazione di

---

[123] Wittgenstein, *Osservazioni sui fondamenti della matematica*, cit. p.196.

[124] Wittgenstein, *Grammatica Filosofica*, p.290; *Osservazioni sui Fondamenti della matematica*, pp.88, 111.

[125] Wittgenstein, *Osservazioni sui Fondamenti della matematica*, p.180.

[126] Cfr. R. Dedekind, op. cit. p.40.

[127] Il platonismo di Cantor si manifesta in tutta la sua luminosità con l'affermazione – come abbiamo visto - che il numero cardinale, ossia la potenza, è indipendente dall'ordinamento e quindi dall'attività del contare; in Dedekind invece «il numero cardinale è solo un'applicazione del numero ordinale» (R.. Dedekind, op. cit. p.145).

isomorfismo, allora gli insiemi e i linguaggi identificano gli stessi oggetti astratti[128].

Sebbene nella concezione di Dedekind la struttura logica in forma assiomatica del concetto di numero sia concepita in modo psicologista come procedimento psichico effettivo che presiede alla genesi di tale concetto in virtù di alcuni principi logici universali – quindi in modo pre-fregeano per la logica e pre-hilbertiano per il formalismo assiomatico – la questione dell'identità al di là dei differenti linguaggi, coglie in pieno una problematica comune al dibattito sui fondamenti che rappresenterà un luogo classico per il pensiero di Wittgenstein[129]. La differenza, ancora una volta, risiede nella diversa relazione tra linguaggio e pensiero. Nel caso dell'individuazione di un numero irrazionale, ad esempio, nonostante Dedekind fosse convinto che la sua presentazione in termini di sezioni fosse la migliore e la più naturale, era altrettanto convinto che qualsiasi altra presentazione isomorfa sarebbe comunque andata bene, avrebbe individuato lo stesso oggetto astratto 'numero irrazionale'. Tale oggetto astratto è ancora una volta il significato, lo stesso, ciò che al di là dei differenti modi di esprimersi, al di là dei differenti domini, viene detto, identificato, ciò che, essendo puramente formale, è iso-morfo. Inoltre in Dedekind troviamo il concetto di numero come qualcosa di complesso da analizzare, anzi proprio da dissezionare, da ricondurre ad elementi semplici. Tale riduzione – in termini logico-psicologici o nei soli termini logici – è l'esibizione del fondamento. Esso si dà a vedere e tale manifestazione è un mostrarsi in figura, una figura da vedere e da percorrere con lo sguardo:

> Chiunque possegga il così detto buon senso può comprendere questo scritto; esso non richiede affatto particolari cognizioni matematiche o filosofiche. Ma so benissimo che più di un lettore avrà difficoltà a riconoscere nelle *figure indistinte* che gli propongo quei numeri che lo hanno accompagnato per tutta la vita come amici fedeli e familiari[130].

Questa possibile obiezione in termini di difficoltà prefigurata da Dedekind al suo procedimento è proprio quella che solleverà Wittgenstein in relazione alla ricostruzione in termini simbolici del concetto di numero. In quelle figure indistinte per il filosofo non c'è proprio nulla da pensare, esse non dicono nulla e non possono quindi darci quel concetto di numero che nelle occasioni più differenti ci ha 'accompagnato per tutta la vita' e il cui fondamento è proprio quell'essere intrecciato con le applicazioni che di esso si fa *nella* vita.

4. Wittgenstein e il logicismo
4.1 L'inconscio del linguaggio

[128] Il concetto di astrazione cui si appella Dedekind in *Numeri*, così come farà anche Cantor quando dovrà definire la nozione di 'insieme' è ancora presentato in termini psicologici in virtù della facoltà di 'poter prescindere dalla natura degli elementi'. Frege, come è noto, criticherà questo modo ingenuo di concepire l'astrazione.
[129] La questione dell'identità e del 'dire lo stesso' in 'modi differenti' è la stessa questione della distinzione *Sinn*/*Bedeutung* di Frege dalla quale Wittgenstein prenderà le mosse fin dal *Tractatus*.
[130] Ivi p. 81 (corsivo mio)

Dal punto di vista della storia del pensiero matematico, il problema di una fondazione dell'insieme dei numeri naturali si pone come punto d'approdo del percorso iniziato con la crisi dei fondamenti aperta con le geometrie non euclidee e con quello dell'aritmetizzazione dell'Analisi. Tale percorso, in termini puramente aritmetici, conduceva direttamente a mettere in questione quello che veniva a sorreggere l'intero edificio: il numero naturale. Su cosa si fondavano a loro volta tali numeri?[131] Questa è l'ultima tappa di un percorso che vede - come abbiamo visto nello specifico con Cantor e Dedekind – problemi di natura essenzialmente matematica intrecciati in modo inestricabile con tematiche filosofiche e teologiche. Con la questione ultima della natura dei numeri naturali, nella misura in cui essi non possono essere ulteriormente riducibili ad altre entità matematiche, ha modo di emergere in tutta la sua pregnanza filosofica il problema del fondamento. Questa tematica viene affrontata nei testi di Frege e Russell che, come è noto, rappresentano un punto di riferimento fondamentale per la riflessione di Wittgenstein. L'esigenza di trovare un piano di universalità e irriducibilità ultimo e incontrovertibile sul quale poter fondare l'aritmetica solleva un intreccio di questioni di natura filosofica che ci permettono di approfondire i termini del confronto tra i fondazionalisti e il filosofo viennese.

Sia nei testi di Frege che in quelli di Russell, l'irriducibilità del livello logico si intreccia in modo problematico con equivoci rimandi a livelli di natura inconscia, genealogica e antropologica. Vediamo due passi particolarmente espliciti:

> La definizione tenta di non essere un'arbitraria decisione di usare una parola comune con un significato inusuale, ma di essere un'analisi corretta delle idee più o meno *inconsciamente* implicite nell'impiego ordinario della parola[132].

Frege invece, in uno dei momenti centrali dei *Fondamenti dell'Aritmetica*, quando afferma che per fondare l'aritmetica è necessario che il 'numero uno' sia un qualche oggetto determinato della ricerca scientifica[133], solleverà incidentalmente il problema genetico, il quale non compare solo in questo passo ma è ravvisabile anche in altri luoghi del testo[134]:

> Ci troviamo dunque di fronte alla seguente difficoltà: se cerchiamo di *far sorgere il numero* dalla riunione di vari oggetti, otteniamo un mucchio, in cui ciascun oggetto conserva le sue proprietà caratteristiche che lo differenziano dagli altri, e questo non è il numero. Se invece cerchiamo di *far sorgere* il numero dalla riunione di entità uguali, otteniamo sempre

[131] Cfr. Mangione, Bozzi, op. cit. p.264.
[132] B. Russell, I *Principi della Matematica*, cit. p.23 – corsivo mio.
[133] Frege, *I Fondamenti dell'aritmetica*, cit. p.271.
[134] Ivi p. 264 «Ne concludo che non ogni soggetto del mondo esterno né ogni idea formatasi nella nostra mente può *far sorgere* nell'intelletto- come sembra pensare Locke – l'idea di unità» (Ivi p. 264); «[…] Per questa via si possono dunque formare immagini completamente diverse dello stesso numero. Se proprio di qui scaturisse il concetto di numero, avremmo dunque, di nuovo, diversi 5, diversi 6 ecc.. » (Ivi p. 276) (corsivo mio).

> e soltanto l'uno e non mai la pluralità. Denotando con il simbolo 1 ciascuno degli oggetti da contare, commettiamo un errore, perché diamo l'identico nome a oggetti diversi. Aggiungendo all'1 vari indici, otteniamo un simbolo che non può servire all'aritmetica[135].

L'essenza dell'uno e del numero va cercata contro le insidie e ambiguità del linguaggio e la parola 'unità' ne rappresenta un caso esemplare, particolarmente infido:

> La parola 'unità' si rivela adattissima a nascondere la difficoltà ora accennata; e questo precisamente è il motivo – anche inconscio – per cui si preferisce ricorrere a essa, anziché alle parole 'cosa' od 'oggetto'[136].

Il riferimento all'inconscio nell'inciso è altamente rivelatore del modo di intendere l'analisi logica da parte di Frege, così come in Russell: il linguaggio naturale con tutte le sue ambiguità viene usato in maniera irriflessa, compito della logica è portare a livello del conscio la verità latente che si nasconde in esso. La questione genealogica quindi, il «sorgere», è da intendersi come un esser presente già da sempre nell'uso ordinario, ma in modo latente e inconscio: dissipare le ambiguità, portare allo schiarimento della coscienza, è il momento preliminare per individuare la verità del dire del linguaggio. Il lavoro di analisi logica si presenta come un compito di estrazione di ciò che sorge da e nell'uso del linguaggio, ma che allo stesso tempo è già da sempre presente, essendone l'uso primordiale e quello corretto. Non si tratta di origine storica o psicologica, ma di origine antropo-logica, in cui il discorso genealogico non è più l'esibizione delle discendenze diaretiche dei concetti o dell'emergere di un concetto in virtù di un fantomatico processo di astrazione, ma si rivela al termine di un'analisi, la quale si presenta come una sorta di operazione archeologica alla ricerca dell'uso puro che si cela negli strati di sedimentazione del linguaggio ordinario. In Frege il discorso è veramente molto sottile: egli intende portare alla luce non le intenzioni del soggetto che 'dice il numero' ma le intenzioni (l'inconscio) della lingua, poiché è alla ricerca del significato oggettivo del numero. Il suo modo di esprimersi lo conferma. Ad esempio, sempre in merito all'unità abbiamo l'osservazione che l'attributo 'uno' se considerato un predicato che si applica ad ogni oggetto, sarebbe di fatto qualcosa di inutile e il motivo che in ultima analisi porta Frege a scartare questa possibilità è il seguente:

> Non è facile immaginare come *la lingua potrebbe costruire* un attributo che non servisse a determinare maggiormente un oggetto rispetto agli altri[137].

[135] Ivi p. 273 (corsivo mio).
[136] *Ibidem*.
[137] Ivi. p.262 (corsivo mio).

La ricerca delle intenzioni ultime di ciò che la lingua vuol dire quando dice il numero coincide con l'indagine su quell'uso primordiale a cui abbiamo fatto riferimento in precedenza: l'uso logico come uso puro che si manifesta solo con un'analisi logica del dire comune. È qui che l'analisi logica, nei suoi rimandi all'uso puro, si fa archeo-logica e antropologica, alla ricerca di quella dimensione di universalità comune al genere umano. Per Frege infatti, fondare la matematica significa mettersi dal punto di vista di chi non conosce ancora alcuno di tali teoremi[138]. Wittgenstein prenderà sul serio questa prospettiva e le sue invenzioni di casi di antropologia e pedagogia fantastica andranno proprio in questa direzione.

> Io sollevo tutti quei problemi che forse un bambino, quando impara l'aritmetica, ec.., percepisce come difficoltà e che l'addestramento reprime senza risolvere. Io dunque a questi dubbi repressi: avete perfettamente ragione; continuate a chiedere, esigete chiarimenti![139].

Non è un caso che il filosofo, dopo il *Tractatus* scriverà «osservazioni sulla storia naturale degli uomini, […] costatazioni di cui mai nessuno ha dubitato e che sfuggono all'attenzione solo perché ci stanno continuamente sotto gli occhi»[140], scandagliando quegli a priori dello sguardo dei quali risulta impossibile immaginare il contrario, ma che possono essere mostrati nella loro natura di 'fatti' antropologici radicati intimamente nel nostro modo di pensare, vedere, fare.

4.2 L'analisi logica

Anche Wittgenstein con il *Tractatus* cederà alla tentazione di analizzare completamente il linguaggio ordinario o dare una definizione della forma generale del numero[141], ma sia l'andamento aporetico della prima opera che la testimonianza della problematica complessità dei pensieri contenuti nei *Quaderni* stanno ad indicare che il movimento del suo pensiero era fin dai primi passi rivolto in altra direzione. Il problema dell'isolamento dell'elemento propriamente logico all'interno della molteplicità degli usi – che è il problema della logica – è infatti una vecchia questione che viene sollevata già nei *Quaderni* quando il filosofo si interroga sull'evidenza a partire dalla quale risulterebbe possibile individuare la forma logica nel linguaggio. Tale problematica è la stessa che farà da sfondo agli scritti successivi: l'irriducibilità degli usi di una parola e l'impossibilità di fornire un'analisi che dica l'uso corretto, logico di una parola: l'analisi logica come imposizione al linguaggio di una dieta logica.

> È interessante confrontare la molteplicità degli strumenti del linguaggio e dei loro modi d'impiego, la molteplicità dei tipi di parole e di

---

[138] G. Frege, *I fondamenti dell'aritmetica*, cit. p.235 (corsivo mio).

[139] Wittgenstein, *Grammatica Filosofica*, p. 341, riferimento al 'selvaggio' come colui che non capisce il presunto piano di immediatezza con il quale si dànno le immagini dell'aritmetica con i trattini cfr. Ivi p. 403.

[140] Wittgenstein, *Ricerche Filosofiche*, cit. p. 165.

[141] Cfr. Wittgenstein, *Grammatica Filosofica*, cit. p. 173.

proposizioni, con quello che sulla struttura del linguaggio hanno detto i logici. (e anche l'autore del *Tractatus logico-philosophicus*)[142].

Da questo punto di vista il logicismo si rivela una filosofia che a tutti gli effetti affonda le radici nella tradizione metafisica. Socrate, Frege e Russell hanno lo stesso atteggiamento: là dove il filosofo ateniese domandava dell'essenza in presenza solo di esempi, i logicisti analizzano i vari usi per estrarre il significato, mentre l'atteggiamento di Wittgenstein è proprio quello di prendere le mosse proprio dall'enumerazione dei casi[143].

Nel caso della definizione del numero in termini logici, l'analisi logica è quindi finalizzata ad isolare l'uso puro, logico, inconscio, primordiale che esprime la verità dell'uso ordinario delle proposizioni che contengono asserzioni intorno ai numeri. È solo da questo punto di vista che è possibile esibire i numeri come oggetti di natura logica. Un corollario di questa impostazione è che la definizione del numero non deve dipendere nel modo più assoluto da 'come vanno le cose nel mondo', altrimenti la purezza della necessità logica verrebbe contaminata dalla contingenza dei fatti mondani. Sia in Frege che in Russel infatti la definizione del numero non può dipendere direttamente dall'attività del contare, ma è tale attività che per essere possibile e avere valore deve essere fondata sull'oggettività del numero stesso:

> Quel che voglio ora notare è il *processo logico implicato nell'atto del contare*. Quando diciamo uno, due, tre, ecc. noi stiamo necessariamente considerando qualche relazione uno-uno che vale tra i numeri usati nell'atto del contare e gli oggetti contati. Quel che si vuole significare con 'uno, due, tre' è che gli oggetti indicati da questi numeri sono i loro correlati rispetto alla relazione che noi abbiamo in mente[144].

L'attività del contare non è qualcosa che ha un fondamento in se stessa ma è la manifestazione di un «processo logico» che deve essere esplicitato. Le ordinarie e molteplici operazioni e proposizioni in cui sono presenti termini numerici sono l'applicazione di qualcosa di più fondamentale che le conferisce valore e le strappa all'oblio e al sogno dell'irriducibilità e contingenza di ogni prassi mondana. Senza una fondazione i matematici propriamente non sanno quello che dicono e quello che fanno[145]. Questo è un punto chiave nel quale si inserisce la critica di Wittgenstein:

> A fondar l'aritmetica si prova sempre un certo timore perché si asserisce qualcosa sulla sua propria applicazione. L'aritmetica sembra

[142] Wittgenstein, *Ricerche Filosofiche*, cit. p. 22.
[143] Wittgenstein, *Grammatica Filosofica*, cit. p. 85.
[144] B. Russell, I *Principi della Matematica* p. 157 - corsivo mio. «Schroder spiega: "ognuno degli oggetti da contare viene chiamato unità". Sorge però il problema per qual motivo, *prima di contare gli oggetti*, si cerchi di inserirli sotto il concetto di unità […]» (cfr. G. Frege, *Logica e Aritmetica*, cit. p.262).
[145] Cfr. G. Frege, *Scritti Postumi*, cit. pp. 350-352.

> fondata abbastanza saldamente in se stessa. E naturalmente ciò proviene da questo: che l'aritmetica è la sua propria applicazione[146].

Questa è una tesi che accompagna l'intera riflessione di Wittgenstein sui fondamenti. Sia il logicismo che il formalismo si muovono all'interno di un concetto errato di 'applicazione' che ha essenzialmente a che fare con una errata concezione della natura del segno. Errata perché «esse [le due scuole] sono contrarie alla loro prassi quotidiana»[147], in quanto separano il segno dall'applicazione e quindi affermano o negano il frutto di tale separazione, ovvero il significato.

Il punto di partenza di Wittgenstein è sempre la perfezione del linguaggio ordinario contrapposta all'esigenza dell'analisi logica, quindi, nella misura in cui la matematica è un'attività della vita, anch'essa è perfetta e completa così com'è:

> La matematica non può essere incompleta; come un senso non può essere incompleto. […] Questo è connesso col fatto che il mio linguaggio, così com'è, è in ordine, e che l'analisi logica, per ottenere perfetta chiarezza, non deve aggiungere niente al senso delle mie proposizioni dato all'inizio[148].

Il logicismo, indagando l'essenza delle proposizioni matematiche fa filosofia *della* matematica, ovvero fa un uso filosofico delle proposizioni matematiche, le «strappa alla loro patria», alla molteplicità dei giochi linguistici in cui sono inserite, e volendo dirne il senso, lo fraintende in modo costitutivo ritrovandosi a dire dei non sensi.

Per Frege non avrebbe senso interrogarsi sull'essenza del numero a prescindere dal contesto linguistico in cui un termine numerico viene utilizzato. Questo è il noto principio del contesto che sta alla base del rivolgimento complessivo di un modo di fare filosofia. Possiamo interpretare la posizione di Wittgenstein come un'estensione del suddetto principio ad un intero gioco linguistico o ad una forma di vita. Una estensione che però mette direttamente in discussione la possibilità di una analisi logica: nella misura in cui ogni gioco è irriducibile ad altro è privo di senso domandare del senso di un termine all'interno di un determinato contesto, perché tale senso può solo essere mostrato nell'uso e nel mentre del suo uso, e non detto in una pratica teoretica quale è quella logico-filosofica, che strappa le parole dal loro contesto come «dalla loro patria».

4.3 La definizione di Frege

Per approfondire la differenza tra il punto di vista di Wittgenstein e quello dei due maestri del logicismo, prendiamo in considerazione la famosa definizione di Frege del termine numero:

---

[146] Wittgenstein, *Grammatica Filosofica*, cit. p. 264.
[147] Ivi p. 252.
[148] Wittgenstein, *Osservazioni Filosofiche*, cit. p. 111.

> A scopo di chiarezza, sarà bene considerare il termine numero non in sé, ma in connessione con un giudizio numerico; così potremo cogliere il modo primordiale in cui tale termine viene usato. Se dinanzi allo *stesso fenomeno* esterno posso dire con ugual verità «Questo è un gruppo di alberi» e «Questi sono cinque alberi» oppure «Qui vi sono quattro compagnie» e «Qui vi sono 500 uomini», ciò mostra che nel passaggio dall'una all'altra espressione non muta né il singolo oggetto né il complesso (l'aggregato) di oggetti, bensì soltanto la denominazione[149].

Frege deve postulare qualcosa di indipendente da qualsiasi tipo di descrizione: «lo stesso fenomeno esterno». Un primo problema riguarda il vedere: se vedo quattro compagnie non posso vedere nello stesso tempo 500 uomini, il fatto di poter dire che sono lo stesso fenomeno implica che io possa indicare quel fenomeno in modo pre-linguistico e inequivocabile con un gesto ostensivo. Un secondo problema sorge dalla considerazione che vedere come lo 'stesso' 4 gruppi da 125 e 1 gruppo da 500, implica una modalità del vedere in cui lo sguardo è già informato dalla pratica aritmetica tale per cui vede questa identità come immediata. Vedere '4*125' come lo stesso di '1*500' significa – come sosterrà Frege in modo esplicito più avanti – che l'eguaglianza aritmetica '4*125=500' esprime due *Sinn* differenti per lo stesso *Bedeutung*, ma tale *Bedetung* non può che rimanere il *terminus ad quem* invisibile, che può darsi solo ed esclusivamente nella differenza di senso, ossia in un giudizio di eguaglianza e mai in quanto tale. È ciò che emergerà con la definizione di numero come classe di classi in virtù della relazione di corrispondenza biunivoca. Ma per ora vediamo un'osservazione di Wittgenstein che mette in discussione la presunta immediatezza del vedere che dovrebbe fondare i giudizi aritmetici. Osservazione che può essere facilmente accostata a quella precedente di Frege sul vedere le 4 compagnie come 500 uomini.

> «Ma tu vedi che un gruppo come A ||||| consta essenzialmente di un gruppo come B II e di uno come C III. Su questo non può esservi alcun dubbio». – Anch'io dico – anch'io, cioè mi esprimo nel tuo stesso modo – che il gruppo che hai disegnato consta dei due gruppi più piccoli. Ma non so se ogni gruppo, del quale direi che è dello stesso tipo (o che ha la stessa configurazione) del primo, risulterà incondizionatamente dalla combinazione di due gruppi del tipo di quelli minori – Credo tuttavia che sarà sempre così (è stata forse la mia esperienza a insegnarmelo) e perciò stabilisco di prendere a regola: dirò che il gruppo ha la configurazione di A quando, e solo quando, può essere scomposto in due gruppi come B e C[150].

Ciò che si ha dinanzi allo sguardo sono solo segni, oggetti, configurazioni. Come nel caso delle 4 compagnie, io posso vedere la configurazione A come un solo ed unico oggetto oppure posso vederla composta da due parti differenti composte rispettivamente da III e II . Questa

[149] Ivi p. 282 (corsivo mio)
[150] Wittgenstein, *Osservazioni sui Fondamenti della Matematica*, cit. p.30.

possibilità di scomposizione però non è data immediatamente e incondizionatamente ma dipende dal fatto che sono stato addestrato a reagire[151] – quindi a vedere – quella configurazione in un certo modo.

Qui Wittgenstein sta cercando di mostrare che questo livello di visione dato come primitivo e fondamentale, è invece un fatto antropologico. Il caso dell'analogia tra due gruppi di barrette che dovrebbero indicare lo stesso numero – osserva il filosofo in un luogo della *Grammatica Filosofica* – è proprio ciò che un 'selvaggio' non riuscirebbe a vedere[152] . E tale problematica quindi, in ultima istanza, non può risolversi sul piano puro della logica, poiché se è in questione una presunta dimensione primitiva del vedere «di certo la logica non ci può dire che cosa dobbiamo osservare»[153].

Ciò che sta sollevando Wittgenstein in questo luogo delle sue osservazioni è una questione che si trascina fin dalle prime pagine dei *Quaderni*, ossia quella inerente la semplicità degli oggetti[154]. Il vedere la configurazione A come composta da 5 barrette significa vederla come oggetto complesso composto da 5 oggetti semplici. Ma il problema della presunta immediatezza del vedere presuppone proprio che siano dati oggetti semplici e incondizionati alla vista, che delle immagini si impongano da sé, ovvero che impongano da sé il modo in cui devono o possono essere viste, quindi usate[155]. Ma il vedere una

---

151 Cfr. Wittgenstein, *Ricerche Filosofiche*, cit. p. 265.

152 Cfr. Wittgenstein, *Grammatica Filosofica*, cit. p. 403.

153 Ivi p. 250

154 «Se vediamo che la nostra immagine visuale è complessa vediamo anche che essa consta di parti *più semplici*». (Ivi p.207 - corsivo dell'autore). La stessa questione è ripresa in *Ricerche Filosofiche* (tra l'altro in relazione alla trattazione del 'semplice' al *Teeteto* platonico), in cui si riprende la stessa argomentazione presente nei *Quaderni* in modo più chiaro e alla luce della molteplicità dei giochi linguistici: «La parola 'composto' (e dunque la parola 'semplice') è da noi impiegata in quantità innumerevoli di modi differenti, imparentati tra loro in differenti maniere. (il colore della casella degli scacchi è semplice, o consiste di bianco puro e giallo puro? […]). La risposta corretta alla domanda filosofica: "L'immagine visiva di quest'albero è composta? E quali sono le sue parti costitutive?" è: "Dipende da ciò che tu intendi per 'composto' " (E questa, naturalmente, non è una risposta, ma un rifiuto della domanda)» (Wittgenstein, *Ricerche Filosofiche,* cit. p. 35). Ciò che è in questione con la tematica del semplice e del complesso è la relatività del vedere, in vista di giochi e pratiche differenti.

155 In questo, ancora una volta, logicismo e formalismo hilbertiano, poggiano sullo stesso presupposto. Là dove Frege nega l'immediatezza dell'oggetto ma è costretto a presupporla, Hilbert cercherà di fondare l'aritmetica finitista proprio sull'intuizione pura di segni semplici e incondizionati. Ma ciò che entrambi stanno ponendo è proprio la questione metafisica della semplicità dell'oggetto. Cfr. D. Hilbert, *Sui fondamenti della logica*, in *Ricerche sui fondamenti della matematica*, cit. p. 166, sulla semplicità del segno '1' e '=' che rimanderebbero alle cose mentali semplici 1 e =. Sullo stesso tema cfr. D. Hilbert, *Nuova fondazione della matematica*, cit. p. 196-197, in cui si afferma che una teoria dei numeri condotta secondo l'intuizione immediata e universalmente riconosciuta dei segni concreti non ha bisogno di assiomi ed è esente da contraddizioni. Ma questo – che sarebbe il livello fondamentale – è proprio quello che viene messo in questione da Wittgenstein. Il problema è quello di saper già discriminare delle unità semplici di segni all'interno di configurazioni segniche complesse, come ad esempio gli assiomi per il calcolo elementare presentati da Hilbert (cfr. Ivi pp. 202-203): per poter discriminare i segni semplici nell'assioma 2 '$1+(a+1)=(1+a)+1$' devo già saper fare qualcosa con essi, in sostanza devo già vedere i singoli segni, comprese le parentesi, come quei segni che solitamente vengono utilizzati proprio nell'aritmetica elementare, devo esser già stato addestrato all'aritmetica con i numeri, per poter comprendere quegli assiomi con le lettere. La critica al calcolo dei *Principia* da questo punto di vista vale anche per il calcolo elementare di Hilbert, e

immagine *in un certo modo*, significa che io *riconosco* qualcosa in essa[156]. E la natura di tale riconoscere non è fondata su a priori dello sguardo di natura logica, ma pragmatica e antropologica.

Vedere A come oggetto complesso significa *ipso facto* vederlo come composto da semplici, ma il vederlo proprio in questo modo non è qualcosa di incondizionato, perché potremmo anche vederlo come un unico oggetto semplice, senza vedere e pensare alla possibilità che esso sia composto da 5 barrette. La barretta può essere oggetto semplice tanto quanto l'intera configurazione[157], il fatto di vederla in un certo modo è una regola grammaticale fondamentale del nostro modo di vedere, della nostra forma di vita che non riposa su di una intuizione pura o un accesso immediato alla realtà. Come nel caso degli oggetti semplici del *Tractatus*, il semplice non è un dato ontologico assoluto, ma è in funzione del contesto in cui è inserito.

Wittgenstein ritiene che la definizione di Frege del numero come attribuzione di un concetto abbia fatto un passo avanti rispetto all'analisi empirista, ma che allo stesso tempo sia fonte di confusione[158], perché non si capisce bene a cosa venga attribuito il numero. Con questa osservazione Wittgenstein sta mettendo in discussione la nozione di oggetto, ma dietro di essa e in ultima istanza, la sensatezza dell'analisi logica *tout court*.

Il postulato fregeano e russelliano dell'oggetto - il soggetto privo di qualsiasi proprietà[159] - è infatti il correlato necessario del punto di vista logico. Nelle *Lezioni sui fondamenti della matematica*, questo punto emerge in modo evidente:

> Dicendo «Ci sono tre cerchi nel quadrato» non diciamo niente intorno a cose che sono cerchi e che sono nel quadrato. Ma: «Tutte le figure geometriche in questo quadrato sono cerchi» in questo caso sono le figure geometriche che sono cerchi. La verità è che il modo di esprimere la generalità $(\exists x).Fx$ è preso dal linguaggio ordinario. Solo che nel linguaggio ordinario non diciamo mai: «C'è una cosa che è un uomo e che indossa pantaloni grigi». Non parliamo mai di puri individui. Diciamo invece: «C'è un uomo che indossa pantaloni grigi»[160].

4.4 L'oggetto logico: vedere e dire

Wittgenstein sta mettendo in discussione ancora una volta la sensatezza dell'analisi logica rispetto all'uso ordinario del linguaggio: «nel linguaggio

---

dal punto di vista filosofico si colloca sullo stesso livello della critica al presunto calcolo fondamentale con le barrette, così come alla presupposizione dell'oggetto postulata in modo implicito da Frege. Tutto converge verso una assunzione di un piano ultimo del 'vedere' come immediato, intuitivo, primitivo ed universale, che è proprio quello che Wittgenstein sta mettendo in discussione.

[156] Wittgenstein, *Grammatica Filosofica*, p. 128. Su questo punto cfr. anche C. Penco, *Matematica e gioco linguistico*, cit. p. 44-47.

[157] Cfr. Wittgenstein, *Osservazioni Filosofiche*, cit. p. 236.

[158] Wittgenstein, *Lezioni sui fondamenti della matematica*, cit. p. 276.

[159] Cfr. *Ibidem*.

[160] Ivi p. 282

ordinario non parliamo mai di individui puri». Il problema è l'oggetto logico[161]. Questo è ovviamente un punto particolarmente sensibile della storia della logica che risale almeno ai primi dialoghi platonici e il filosofo austriaco, nel volgersi all'insegnamento delle differenze, prenderà le parti degli interlocutori di Socrate[162], consapevole però del fatto che la sua contro-strategia argomentativa è proprio finalizzata alla continua messa in discussione dell'oggetto come quel qualcosa identico a se stesso che si dà in una presunta immediatezza. L'oggetto come soggetto di predicazione che rimane identico a se stesso al di là dei suoi differenti modi di darsi è ciò che in ultima analisi la logica deve postulare per essere possibile. Ma è interessante notare come il presupposto di un vedere pre-linguistico, quindi di un accesso alla realtà non mediato dall'impurità del linguaggio, si traduca in Frege e in Russell, come del resto in Platone e in Aristotele, nella postulazione di una idealità alla quale si avrebbe accesso – sebbene in modi e con accenti differenti - immediato con il pensiero o con gli occhi dell'anima come fondamento ultimo di quella stessa obiettività del vedere sensibile che veniva prioritariamente e surriettizzamente affermata. L'elemento che corrompe e altera – come dice lo stesso Frege – è sempre e solo il liguaggio nella sua mediazione fonetica: il vedere, nella misura in cui esso è muto, è sempre puro, sia esso il vedere sensibile o quello ideale: ma qualcosa come un vedere puro necessita di un dire altrettanto puro.

La natura del dissidio tra Wittgenstein e i due maestri del logicismo quindi, si può chiarire ponendo la questione a livello della dialettica tra vedere e dire. In Frege e Russell si presuppone un vedere pre-linguistico, in Wittgenstein no. Frege può affermare che ciò che si vede può essere soggetto di predicazione numerica differente, proprio perché l'atto del vedere viene assunto implicitamente come non informato da a priori di natura pragmatico-linguistica. Ciò che si *vede* è sempre lo *stesso* oggetto, il quale poi può essere *detto* in maniere differenti. È questo l'ultimo residuo di empirismo della prospettiva logicista:

> I limiti di ciò che è empirico non sono assunzioni non garantite o intuitivamente riconosciute corrette; ma modi e maniere del confrontare e dell'agire[163].

Ma in quel gioco del tutto particolare che è il gioco del vero e del falso, il vedere viene di fatto a coincidere con il dire, e la purezza del primo, che si ritrova poi sospinta nella postulazione di una dimensione ideale oggettiva, non è altro che il risvolto della purezza di quel dire logico-veritativo che dice gli oggetti e i fatti del mondo in quanto tali. Questo è del tutto evidente sia in Frege che in Russell: Russell si troverà costretto ad ammettere come unici nomi propri 'questo' e 'quello' e a dover ipotizzare un accesso immediato alla forma logica[164] per poter rendere ragione della comprensione del senso

[161] Cfr. C. Penco, *Matematica e gioco linguistico*, cit. p. 51, nota 16, in cui l'autore sottolinea come in ultima analisi sia in questione l'oggetto logico dell'ontologia fregeana.
[162] Cfr.Wittgenstein, *Grammatica Filosofica*, cit. pp. 120-121.
[163] Wittgenstein, *Osservazioni sui fondamenti della matematica*, cit. p. 231.
[164] Cfr. N. P. White, *Plato on Knowledge and Reality*, Indianapolis 1979, pp. 253-254 (nota 9), in cui l'autore paragona la presunta conoscenza diretta senza mediazione del linguaggio

proposizionale; Frege finirà per trovarsi stretto nell'aporia implicita nella distinzione tra *Sinn* e *Bedeutung* che altro non è che la conseguenza dell'assunzione implicita e irriflessa del darsi di un oggetto *x* privo di qualità come vero portatore degli attributi, quindi di un oggetto che può non essere né verde né rosso[165]. In entrambi i casi ciò che si vede è sempre e solo lo stesso oggetto, così come ciò che si pensa è sempre e solo lo stesso. Nel primo caso esso è una semplice x che viene assunta in modo acritico e aproblematico e che la critica di Wittgenstein ha messo in luce[166], nel secondo caso esso viene invece esplicitamente postulata. Ma tale postulazione finale non è altro che l'esito naturale di ciò che inizialmente veniva assunto in modo implicito.

L'intreccio tra vedere e dire è una tematica che dai *Quaderni* alle *Osservazioni sulla Filosofia della Psicologia* e alle *Ricerche Filosofiche* percorre l'intera riflessione di Wittgenstein. Nei pensieri contenuti in queste ultime opere, la problematica che fa da sfondo è proprio quella della specificità del gioco del vedere 'in quanto tale' e dei rapporti che tale vedere intrattiene con il dire: «Capirebbe un bambino che cosa vuol dire vedere il tavolo 'come tavolo'?»[167]. In quel determinato gioco che vuole semplicemente dire l'oggetto o il fatto nel loro 'come' e 'in quanto tali', il vedere è preso all'interno di quella particolare pratica e ciò che si vede coincide con ciò che viene detto:

> Non vedo forse la figura ora così, ora altrimenti, anche quando non reagisco con parole o altri segni?
> Ma anche 'ora così', 'ora altrimenti' sono soltanto parole, e che diritto ho di usarle qui? Posso porvarti il mio diritto, o provarlo a me stesso? (Per mezzo, sia pure, di un'ulteriore reazione)
> Eppure io so che le mie impressioni soni due, anche se non lo dico! Ma come faccio a sapere che ciò che dico in tal caso è proprio quello che sapevo?[168]

Ma soprattutto, il vedere stesso può essere tematizzato nella sua purezza e problematicità solo all'interno di quel gioco, perché: «quando considero gli oggetti che mi circondano, io non sono consapevole che vi sia

---

dell'ultimo segmento della linea della metafora della *Repubblica* proprio con la conoscenza diretta postulata da Russell.

165 Frege, op. cit. p. 250. È utile sottolineare lo scarto tra Platone e Frege: il primo postula entità ideali (cerchio, numero, l'uguale) a partire dalla dimostrazione dell'insufficienza e non autonomia del molteplice e del divenire, il secondo postula l'oggetto *x* identico a se stesso (il divano incolore) per poter fondare i numeri come entità ideali. Ma ciò che permette al logico di Jena di definire-costruire logicamente i numeri come entità individuali è proprio l'uguale, ossia l'invisibilità della relazione di eguaglianza che, come nella nota dimostrazione del *Fedone* platonico (cfr. Platone, *Fedone* 74c, in Opere Complete vol. I, Laterza, Roma-Bari 1974, p. 128) permette di innalzarsi al livello dell'idealità.

166 «Che cosa è la realtà? Pensiamo alla 'realtà' come a qualcosa che possiamo indicare col dito: è *questo*, è *quello*» (Wittgenstein, *Lezioni sui fondamenti della matematica*, cit. p. 252 -corsivo dell'autore-). «Quando dico: -Questo divano è verde-, il predicato è 'è verde'. Se poi chiedo che cos'è che *ha* la proprietà 'verde', uno potrebbe immaginare qualcosa come un divano incolore». (Ivi p. 276 -corsivo dell'autore-) e cfr. Wittgenstein, *Osservazioni Filosofiche*, p. 69-70.

167 Wittgenstein, *Osservazioni sulla Filosofia della Psicologia*, cit. p. 135.

168 Ivi. par. 5, p. 9 (cfr. *Zettel*, par. 213).

qualcosa come una concezione visiva»[169]. Questa osservazione è da accostare con quella precedentemente citata in cui Wittgenstein afferma che nel linguaggio ordinario non parliamo mai di individui puri. Nel mentre del linguaggio, quando il linguaggio è all'opera, non c'è un vedere puro perché non c'è un dire puro che dice le cose 'in quanto tali'.

4.5 Il punto di vista antropologico

Il punto di vista di Frege sul linguaggio è un punto di vista logico che punta all'uso primordiale, ossia a quell'uso che dovrebbe essere comune a tutti gli usi possibili e differenti del linguaggio, un uso che nella sua primordialità e purezza non è un uso, in quanto afferente a quella purezza del pensiero della quale dovrebbe essere manifestazione. Il ricorso di Frege all'uso primordiale è la più evidente manifestazione che il discorso logico-fondativo si presenta come un pensiero dell'oblio dell'origine, ossia del fondamento antropo-logico di qualsiasi discorso umano. E tale fondamento non può che ritornare, come un rimosso, e presentarsi come un *lapsus* nelle faglie del testo. Gli esempi di antropologia fantastica di Wittgenstein trovano la loro condizione di possibilità proprio a partire da queste rimozioni del testo logicista[170]. L'obiezione del punto di vista dell'incommensurabile antropologico è già implicita nel discorso fondativo stesso di Frege quando l'autore afferma che bisogna mettersi «dal punto di vista di chi non conosce i teoremi». Ciò significa che il punto di vista antropologico è il punto di vista logico nella figura del suo rovesciamento:

> Se adottiamo la prospettiva etnologica, vuol dire forse che identifichiamo la filosofia con l'etnologia? No, vuol dire solo che spostiamo il nostro punto di vista molto al di fuori, per poter vedere le cose *più obiettivamente*[171].

È da notare che questo spostare il punto di vista «molto al di fuori» non è molto differente dal *sub specie aeterni* del *Tractatus*: prendere sul serio il metodo fondativo di Frege per mettersi dal punto di vista di chi non conosce i teoremi, per vedere se è possibile esibire una immagine logica che corrisponda a quell'uso primordiale del pensiero puro accessibile universalmente a tutti gli esseri razionali. La novità sta nel fatto che Wittgenstein prende veramente sul serio tale punto di vista e ne conclude che *sub specie aeterni* non si possono dire le *stesse cose* in due modi diversi: per comprendere un linguaggio bisogna partecipare alla sua forma di vita e vivere *sub specie aeterni* è perdersi nell'opacità della vita. L'antropologo che osserva dal di fuori una comunità, non potrà mai dirne la verità senza dire dei non sensi, ossia dire delle tautologie che non siano altro che la ripetizione delle sue categorie di pensiero; così come il logico che intende dire la verità del linguaggio comune, non potrà che usare il linguaggio in senso metafisico, come ruote che girano a vuoto. La critica a Frazer[172] e la

[169] Ivi par. 29, p. 17.
[170] Solitamente la svolta antropologica viene fatta risalire all'influenza di Sraffa. Qui l'analisi dei testi si muove ad un altro livello.
[171] Wittgenstein, *Pensieri Diversi*, cit. p.78.
[172] Cfr. Wittgenstein, *Note sul 'Ramo d'oro' di Frazer*, Adelphi, Milano 1975..

critica a Frege trovano qui una comune radice: non si può dire la verità dell'altro, sia esso il 'selvaggio' o 'primitivo' dell'antropologia ottocentesca, sia esso il linguaggio comune, nel suo uso molteplice ed effettivo, preso ad oggetto dal logico: «il discorso dell'altro è l'alterazione dello stesso»[173]. Abbiamo qui, nella figura dell'antropologo evoluzionista e del logico logicista, lo stesso tentativo di origine biblico-teologico di *reductio ad unum* di tutti i linguaggi, secondo uno schema classico di universalismo astratto[174]. Il metodo antropologico di Wittgenstein per vedere le cose più obiettivamente non è finalizzato a dire il vero significato degli altri, ma fingendosi di mettersi «dal punto di vista del nativo» mostrare l'incommensurabilità non dei significati – cha sarebbe un altro modo per ipostatizzarli – ma tra teoria e pratica, tra regola e applicazione[175]. L'invenzione di fantastici casi etnografici e alterità incommensurabili non è semplicemente finalizzata a capire mediante un metodo comparativo «il nostro modo di calcolare e misurare, e il ruolo che

[173] M. De Certeau, *La scrittura dell'altro,* Raffaello Cortina, Milano 2005, p. 91.

[174] Cfr. F. Cuturi, *In nome di dio*, Meltemi, Roma 2004, p. 84.

[175] Possiamo aprire una parentesi per mostrare le analogie tra questo discorso e le riflessioni critiche che hanno investito il sapere antropologico dagli anni '60 in poi: «La conoscenza etno-antropologica […] è per essenza, basata sulla vista» (F. Affergan, op. cit. p. 152); «il vedere è intimamente connesso all'intenzione di dire la verità» (Ivi p. 128). Qui l'antropologo che annota tutto su il suo diario e si sforza di risultare invisibile in modo che i 'fatti parlino da soli' (cfr. B. Malinowski, *Argonauti del Pacifico Occidentale: riti magici e vita quotidiana nella società primitiva*. Newton Compton, Roma 1973, p. 45) è l'analogo del soggetto del *Tractatus* ridotto a punto inesteso. Da Malinowski a Geertz, il «mettersi dal punto di vista del nativo» o «voler cogliere il punto di vista del nativo» è di fatto un'impresa aporetica che si dimena – come nel caso di Wittgenstein – tra una parola insensata e la volontà di perdersi nella forma di vita che si vorrebbe descrivere: non solo il «desiderio di vedere tutto resta illusorio e fantasmagorico» ma 'dato che il tempo della registrazione scritta è eterogeneo rispetto al tempo in cui si guarda, ogni annotazione rientra nel campo dell'assurdo' (cfr. F. Affergan, op. cit. p. 37). Ma questo non vale solo per l'antropologia, ma per qualsiasi parola che volgendosi indietro all'accaduto e volendo dirne il senso lo tematizza attivando però un altro gioco rispetto a quello che viene preso ad oggetto, come dice Wittgenstein «le parole non sono la traduzione di qualcosa che c'era prima» (*Osservazioni sulla filosofia della psicologia*, par.736, p. 216), e il significato è «come un sogno» (Ivi par. 232. p. 81) rispetto a l'evento che vuole dire. E tuttavia l'evento si dà a vedere solo se viene detto, memorizzato, registrato, se in qualche modo se ne serba una traccia, la quale a sua volta non è un in sé, ma viene continuamente ripensata, 'sognata' – interpretata - ogni volta che viene presa all'interno di un nuovo gioco. Quindi, come già osservato nella nota precedente, il tentativo dell'antropologia contemporanea di fare i conti con quella 'cospirazione del silenzio' (Fabietti, Malighetti, Matera, *Dal tribale al globale: introduzione all'antropologia*, Mondadori, Milano 2000, p. 46) che ha ammantato gran parte della ricerca etnografica almeno fino alla svolta interpretativa e della quale i diari di Malinowski rappresentano la testimonianza più emblematica, ovvero il tentativo di descrivere i fatti insieme alle loro condizioni di possibilità, anelando quindi alla totalità di una descrizione autotrasparente, è, dal punto di vista filosofico, costitutivamente votato allo scacco proprio perché la condizione della parola è proprio il silenzio, esso è l'opacità costitutiva dalla quale prende le mosse quel volgersi indietro: il silenzio è sia l'accadere che viene detto e tematizzato in quella parola, che il silenzio stesso di quella parola in quanto gesto. La stessa proposta di un'antropologia della conoscenza antropologica (cfr. Kilani, *L'invenzione dell'altro: saggio sul discorso antropologico*, Dedalo, Bari 1997, p. 74) che prenda ad oggetto l'antropologo e il suo modo di procedere nella produzione del sapere, non può far altro che ritrovarsi a sua volta irretita nella stessa situazione. Il problema non è sapere quando bisogna fermarsi nel gioco infinito dello smascheramento delle condizioni, ma interrogarsi su cosa si vuole sapere, ovvero cosa si vuol fare.

questo ha nella nostra vita»[176], ma a mostrare l'animalità di un'umanità che si muove di gesti silenziosi e l'insensatezza di una pratica di parola che vuole dirne il senso. Il volgersi indietro della teoria al mondo della vita per dirne la verità, come nel mito di Teseo e Arianna, fa svanire ciò che vorremmo afferrare e tutto quello che si può dirne è solo un dire altro e per metafora: è un *fare* altro rispetto a quel fare opaco e silenzioso che ci avvicina all'animale, in cui la parola, immersa nel flusso della vita, è gesto, corpo, mondo. Quella vita e quel pensiero che per essere non hanno bisogno di dover essere possibili, di un fondamento:

> Quando uno crede di aver trovato la soluzione del problema della vita e vorrebbe dire a se stesso: ora è tutto molto facile, costui, per confutare se stesso, dovrebbe solo ricordarsi che vi è stato un tempo in cui questa 'soluzione' non era stata trovata; anche a *quel* tempo però si doveva poter vivere, e in rapporto a esso la soluzione trovata appare come un caso fortuito. Così succede a noi con la logica. Se esistesse una 'soluzione' dei problemi logici (filosofici), dovremmo solo tenere a mente che un tempo essi non erano affatto risolti (e anche allora si doveva pur poter vivere e pensare)[177].

5. La scoperta in matematica

5.1 Comprendere una prova matematica

Dopo aver affrontato alcune tra le problematiche più importanti di tutto il dibattito sui fondamenti (l'irrazionale, il continuo, la sezione di Dedekind, la definizione logicista di numero naturale) e le relative critiche di Wittgenstein, possiamo accostarci a quel nucleo di problemi che a partire dagli anni '20 dominarono la scena della riflessione fondazionale. La crisi del programma logicista con l'insorgenza delle antinomie e le numerose difficoltà ancora del tutto irrisolte della teoria degli insiemi nell'affrontare i paradossi dell'infinito attuale, videro l'affermarsi progressivo del programma hilbertiano che, partendo proprio dall'eliminazione di qualsiasi ricorso alla nozione di infinito attuale e attenendosi ad un programma rigorosamente finitista, si proponeva di risolvere definitivamente le questioni fondazionali assumendo una prospettiva essenzialmente formalista, secondo la quale la matematica era da considerarsi un mero gioco di segni del tutto privo di significato. Nella misura in cui la matematica viene considerata dal punto di vista puramente formale, gli unici criteri d'esistenza e di giustificazione dei sistemi formali finalizzati a descrivere l'aritmetica sono la non-contradditorietà e la determinazione completa delle proposizioni a partire da un sistema di assiomi e di regole di inferenza definite. Nel percorso che da Frege porta a Hilbert e a Gödel è del tutto evidente come la questione del fondamento della matematica sia in ultima analisi il problema dello status logico della dimostrazione[178]. In Frege tale questione si intreccia con la costruzione logica della serie dei naturali, mentre in Hilbert

176 C. Penco, *Matematica e gioco linguistico*, cit. p. 20.
177 Wittgenstein, *Pensieri Diversi*, cit. p. 23.
178 Cfr. G. Lolli, *Capire una dimostrazione: il ruolo della logica nella matematica*, Il Mulino, Bologna 1988, p. 13

appare del tutto manifesto come la metamatematica come luogo del discorso fondativo venga a coincidere essenzialmente con la teoria della dimostrazione, e il risultato del teorema di Gödel è proprio quello di fissare dei limiti al concetto di dimostrabilità in un sistema formale sufficientemente ampio da poter formalizzare l'aritmetica.

Dal punto di vista di Wittgenstein, il problema del fondamento è stato da sempre essenzialmente intrecciato con la questione del senso della prova matematica, di cosa significa 'comprendere una dimostrazione' e del problema centrale della relazione logica tra premesse e conclusioni come di quel presunto 'passaggio' in grado di trasmettere la verità e quindi costringere all'assenso.

Il dissidio tra Wittgenstein e i fondazionalisti sulla natura del fondamento e dell'inferire apre ad una questione ulteriore. In ultima analisi – come deve essere in filosofia – lo scontro non verte su questioni semplicemente logico-epistemologiche, ma su 'ciò che accade'. Ed è Wittgenstein che pone la questione su questo livello eminentemente filosofico. Non è un caso che la prima proposizione del *Tractatus* riguardi proprio 'ciò che accade': «Il mondo è tutto ciò che accade». Così come nelle *Ricerche* dirà che per vedere le cose più chiaramente bisogna «osservare da vicino ciò che accade»[179]. Lo sguardo *sub specie aeternitatis* dei *Quaderni* e del *Tractatus* in cui l'accadere è rivolto al mondo in quanto tale, una volta gettato sul «terreno scabro della vita», si fa sguardo antropologico in cui si osserva da vicino per vedere se il nostro dire le cose, le nostre spiegazioni e descrizioni, non dicano *di più* di ciò che effettivamente accade. Se nei *Quaderni* e nel *Tractatus*, la prospettiva è quella della totalità determinata dettata dall'esigenza di purezza logica, nella quale anche una stufa può essere la totalità di ciò che accade, quindi vista *sub specie aeternitatis* essere mondo, nelle *Ricerche* invece i termini si invertono e si afferma che «se le parole 'linguaggio', 'esperienza', 'mondo', hanno un impiego, esso dev'essere terra terra, come quello delle parole 'tavolo', 'lampada', 'porta'»[180].

Il passaggio logico come passaggio immediato e senza lacune, come ciò che collega in modo necessario due configurazioni segniche, è qualcosa che accade? Nel passaggio dalla premessa alla conclusione accade un qualche pensiero, si pensa qualcosa? Nelle *Osservazioni sui Fondamenti della Matematica* e nelle *Ricerche Filosofiche*, con il paradosso del seguire una regola, si affronta proprio questa tematica: si segue la regola *ciecamente*, si scrive una successione numerica *senza pensarci*. Qui Wittgenstein sta toccando una corda profonda, perché ci sta dicendo che la necessità, per essere tale, deve essere necessariamente cieca[181]. Quel passaggio logico im-mediato e senza lacune, se

[179] Wittgenstein, *Ricerche Filosofiche*, cit. par. 51, pag. 39.

[180] Ivi par. 97, p. 63

[181] B. Stroud, (cfr. B. Stroud, *Wittgenstein e la necessità logica*, in *Capire Wittgenstein*, cit. pp. 150-164), prendendo posizione nei confronti dell'interpretazione di Dummett, sottolinea giustamente come l'argomento del seguire la regola sollevi in ultima istanza la questione del fondamento e l'impossibilità della giustificazione delle regole di un calcolo; e tuttavia il fondo dell'intera questione sta proprio nel sottolineare la cecità della prassi e quindi la critica al platonismo non è sull'impossibilità di seguire diversamente una regola matematica (cfr. Ivi p. 152), ma sull'assunto che l'applicazione *debba-poter* accadere, e che quindi debba essere preceduta o accompagnata in modo immediato dal comprendere.

pensato come atto di pensiero che accade in un qualche luogo della mente in una presunta e metafisica presenza a sé come fondamento assoluto, in quanto qualcosa che 'accade', non può che essere a sua volta soggetto ad una ulteriore operazione segnica, una interpretazione: è per questo che nel paradosso del seguire una regola Wittgenstein dice che qualsiasi applicazione può essere interpretata in modo conforme alla regola, perché nella formulazione del paradosso scettico viene presupposto l'afferrare con la mente un presunto significato (ed è questo il vero obiettivo della critica), il cui rimando trascendente non può che aprire un infinito domandare. La necessità invece alberga proprio dove non c'è alcun dubbio e nessuna domanda è possibile.

> È necessario chiarire in che cosa consiste propriamente l'inferire. Forse si dirà che consiste in un passaggio da un'asserzione all'altra. Ma questo significa che l'inferire è qualcosa che avviene mentre si passa da un'asserzione all'altra (e dunque prima che la seconda proposizione venga asserita) – oppure che consiste nel far seguire un'asserzione all'altra, cioè nell'enunciare una proposizione dopo che si è enunciata l'altra? Volentieri immaginiamo indotti in errore dall'uso particolare del verbo 'inferire', che l'inferire sia un'attività del tutto particolare, un processo che avviene nel mezzo del nostro intelletto – qualcosa simile ad un ribollire di vapori dal quale poi balza fuori la conclusione. Ma guardiano un po' cosa accade a questo punto! – C'è un passaggio da una proposizione all'altra tramite altre proposizioni, e dunque attraverso una catena di inferenze; ma di questo passaggio non c'è bisogno di parlare, perché presuppone un altro tipo di passaggio, vale a dire da un anello della catena all'anello successivo. Ora, tra due anelli della catena può aver luogo un processo di transizione, ma neppure in questo processo non c'è nulla di misterioso, perché esso consiste nel derivare un segno preposizionale da un altro in conformità con una regola, nel paragonare entrambi questi segni con un paradigma che per noi rappresenta lo schema del passaggio – o in altre cose del genere. Questo può avvenire sulla carta, nel discorso orale o 'nella nostra testa'; ma la conclusione che si può trarre enunciando una proposizione dopo l'altra, senza compiere il trapasso, oppure il trapasso consiste solo nel fatto che si pronunciano espressioni come 'dunque', 'di qui segue…', eccetera. In questo caso la proposizione inferita si chiama 'conclusione' perché si può di fatto derivare dalla premessa[182].

Wittgenstein non sta negando che possano darsi fenomeni mentali da intendersi come fenomeni psicologici, ma il fatto che essi avrebbero priorità o rilevanza logica rispetto a qualcosa che accade sulla carta o nel discorso orale. Ciò che è in questione è la presunta certezza e immediatezza soggettiva di tali fenomeni[183] – che è l'immediatezza del passaggio senza lacune presupposto dai

[182] Ivi p. 9.
[183] Le esperienze vissute correlate ad atti linguistici sono un accadere del/nel mondo che quindi non hanno alcun rapporto univoco con il significato, cfr. Wittgenstein, *Ricerche Filosofiche*, par. 35, p. 29.

fondazionalisti – che rende il processo dell'inferire e del pensiero come «un ribollire di vapori dal quale poi balza fuori la conclusione». Un fenomeno mentale, una immagine mentale, un accadere psicologico, se si dà e in qualsiasi modo esso possa darsi, è un segno – un fatto del mondo - tanto quanto uno scritto o un suono, non c'è una dimensione ultima e privilegiata, soggettiva, privata, incomunicabile, in cui il significato possa darsi nella sua pura presenza. In un passo della *Grammatica Filosofica*, la natura segnica del pensiero viene espressa in modo particolarmente efficace:

> Quando si dice: «Come faccio a sapere che cosa intende? Vedo soltanto i suoi segni» - rispondo: «Come fa, lui, a sapere che cosa intende? Anche lui ha soltanto i suoi segni»[184].

Ciò che non può accadere è l'immediato che si percepisce come tale: questo è il muro invalicabile del linguaggio, ovunque ci giriamo abbiamo solo segni. Ed è qui che il silenzio del *Tractatus* si fa ancora sentire in tutta la sua pervasiva e irriducibile presenza, è un silenzio che preme da dietro, è il silenzio del gesto del pensiero, come uso, operazione, applicazione, manipolazione di segni che nel mentre del suo stesso operare non può cogliersi pienamente e del quale quindi rimane sempre un cono d'ombra, una dimensione infondata di opacità che è proprio quella del suo accadere[185].

Ma c'è dell'altro nei pensieri del filosofo viennese. C'è una immagine che viene usata per problematizzare l'attività dell'inferire che ci permette di approfondire ulteriormente la nostra interpretazione:

> Con quella legge fondamentale [della logica] Russell sembra dire di una proposizione: «Segue già – io non devo far altro che inferirla». – Così Frege dice, una volta, che, per parlare propriamente, la retta che unisce due punti qualsiasi esiste già prima di venir tracciata; ed è lo stesso quando diciamo che per parlar propriamente i passaggi della progressione aritmetica di ragione 2 sono stati già fatti prima che li compiamo oralmente o per iscritto – come se li ricalcassimo[186].

[184] Wittgenstein, *Grammatica Filosofica*, cit. p. 6 . Le immagini che vengono in mente non sono altro che 'un altro insieme di simboli' cfr. anche *Lezioni sui fondamenti della matematica*, p. 85 e p. 193: se per fare qualcosa bisogna seguire una regola nel senso di *intenderla e intendere* ad ogni passo qualcosa, e tale *intendere* è concepito con un afferrare qualcosa con la mente, allora tale supposto contenuto mentale non sarebbe altro che un segno da interpretare, e così via all'infinito.

[185] Sull'opacità della parola in Wittgenstein troviamo accenni in A. G. Gargani, *Dalla verità al senso della verità*, ETS, Pisa 2003, A. G. Gargani, *Wittgenstein: musica, parola, gesto*, Cortina Editore, Milano 2008. Per quanto riguarda lo sfondo pragmatico del pensiero di Wittgenstein vedi R. Fabbrichesi, *Cosa significa dirsi pragmatisti: Peirce e Wittgenstein a confronto*, Cuem, Milano 2002, R. Fabbrichesi, *I corpi del significato: lingua, scrittura e conoscenza in Leibniz e Wittgenstein*, Jaca Book, Milano 2000.

[186] Wittgenstein, *Osservazioni sui fondamenti della matematica*, cit. p. 15.

L'esser già presente, la possibilità come ombra della realtà, viene espressa con l' immagine del «ricalcare»[187]. Su questa immagine torneremo in relazione al platonismo. Per ora limitiamoci ad osservare che la necessità, l'essere determinato, vengono descritti come un vero e proprio ricalcare configurazioni segniche che sono state introiettate e memorizzate in virtù di un addestramento continuo e persistente, «spietato», tale per cui quando si opera lo si fa meccanicamente, *senza pensare*[188]. Si impara ad addizionare copiando innumerevoli volte con spietata esattezza esempi di somme, si impara la successione dei numeri naturali e a contare imparando a memoria i numeri. Il fatto di farlo in maniera immediata e spontanea sembra darci l'impressione che esso sia emerso da un *processo di pensiero*, ma in realtà è semplicemente una *modalità dell'agire* che ripete un gesto di copiatura realizzato innumerevoli volte. Che il luogo di questo 'ricalcare' sia la memoria o un foglio di carta, non cambia proprio nulla, dietro quel ri-copiare non c'è nulla.

5.2 La scoperta in matematica

Tuttavia, il momento della scoperta in matematica sembra essere il luogo in cui qualcosa accade e un «*pensiero* echeggia nel vedere»: è il momento specifico del riconoscimento del vero, nel momento in cui un nuovo senso si dà come tale, una configurazione di segni o una figura mostra un nuovo aspetto in modo istantaneo e inaspettato, come qualcosa che sorprende e allo stesso tempo si impone come vero, necessario, come un dover-essere che riconfigura completamente un ordine precedente. E lo fa in modo infondato, come una sorta di mutamento gestaltico, che non era affatto implicito nell'ordine o nel sistema precedente. La scoperta matematica è la congiunzione tra logica e mondo perché nel momento della scoperta ciò che accade è la *visione* di una *nuova* possibilità e quindi *di fatto* l'accadere di un mondo:

> Non posso chiedere se l'angolo sia divisibile in tre parti uguali con riga e compasso prima di aver visto il sistema 'riga e compasso' immerso in un sistema più ampio dove il problema è solubile; o meglio, dove il problema è un problema, dove quella domanda ha un senso.
> Questo si mostra anche nel fatto che per dimostrare l'impossibilità si deve uscire dal sistema euclideo.
> Un sistema, è, per così dire, un mondo[189].
> […] In matematica non si può parlare in generale di sistemi, ma solo entro sistemi. Questi sono proprio ciò di cui non si può parlare. E quindi anche ciò che non si può cercare[190].

La soluzione di un problema matematico, come quello della trisezione del triangolo nel sistema della geometria euclidea, del teorema di Fermat o della congettura di Goldbach, non può avvenire all'interno del sistema, ma solo con

[187] Cfr. anche Ivi p. 213, parte quinta par. 4 in cui l'eseguire un calcolo viene paragonato al seguire una traccia già esistente: la spiegazione dell'agire – solo però quando viene interrotto dalla domanda che ne interroga l'essenza – come un seguire l'andamento di una traccia.
[188] Cfr. Ivi p. 325.
[189] Wittgenstein, *Osservazioni Filosofiche*, p. 132. par. 152e/f.
[190] Ivi p. 133, par. 152 k.

un atto di visione che trascende il sistema dato e vede le cose sotto un nuovo punto di vista. Ma la domanda? Il problema principale è sempre il senso della domanda che, a dispetto di quanto dice Wittgenstein, sembra proprio che abbia senso. Ciò con cui si confronta il filosofo con queste congetture è il fatto che la domanda abbia un'*apparenza* di senso, nonostante non ci sia ancora una risposta, una soluzione disponibile. È questa apparenza di senso che fa problema. Wittgenstein la affronta cercando di pensarne la genesi in termini sintattici ed analogici e con l'opposizione tra prosa e calcolo. Ma, prima ancora di questi dispostivi genetici, ciò che bisogna osservare è che la domanda sorge solo se il calcolo nel suo essere in atto viene interrotto, solo se l'applicazione nel fluire del mondo della vita viene sospesa per concentrare la propria attenzione sul sistema, sui segni, sulla grammatica. Questo è un momento fondamentale, perché con questo rivolgimento dello sguardo la prassi viene sospesa, l'essere immersi nel mondo che accade secondo le regole del gioco che si sta seguendo ciecamente viene messo in discussione e osservato nella sua condizione di possibilità, ossia concentrandosi sulle regole stesse e rimanendo abbagliati da una formulazione sintattica o da una domanda in prosa sul sistema, apparentemente dotate di senso. La formulazione del problema di Fermat[191] è ad esempio una equazione ben formata dal punto di vista della sintassi del calcolo '$x^n + y^n = z^n$' e in analogia con altre equazioni ci chiediamo quali siano le possibili soluzioni. Ma, nella misura in cui il senso non è dato dalla mera sintassi ma dall'uso, allora la proposizione in notazione non è l'enunciazione del problema in calcolo, perché essa non ha senso, in quanto non si sa come risolverla: è semplicemente una espressione alla costruzione della quale siamo spinti in virtù di un'analogia, mediante una casuale combinazione di simboli del linguaggio del calcolo[192]. Rispetto al mero calcolo inteso come applicazione, in questo caso ci soffermiamo a contemplare i segni per cercare un senso. Un caso del tutto simile è quello della trisezione del triangolo, in cui enunciamo un problema costruendolo a partire da un'analogia sintattica con il problema della bisezione di un angolo. Caso relativamente differente è invece quello della congettura di Goldbach che si basa su di un'osservazione empirica, ossia su di una presunta regolarità secondo la quale ogni numero pari può essere espresso come somma di due primi e per la quale

---

[191] Ivi p. 125, par. 149.

[192] E' utile confrontare come Hilbert presenta la questione dei problemi matematici: «Sicuramente, i primi e i più antichi problemi in ogni branca della matematica traggono orgine dall'esperienza e sono stati suscitati dal mondo dei fenomeni esterni. […] Con lo sviluppo di una disciplina matematica, però, lo spirito umano, incoraggiato dalla riuscita delle soluzioni, diviene consapevole della propria autonomia; esso trae da se stesso, e spesso senza riconoscibili stimoli esterni, nuovi e fecondi problemi, eseguendo soltanto nel modo più felice combinazioni logiche, generalizzazioni e particolarizzazioni, separazioni e unioni dei concetti, ed emerge in primo piano come il vero e proprio soggetto interrogante» (D. Hilbert, *Problemi matematici*, in *Ricerche sui fondamenti della matematica*, cit. p. 148). Con questa giustapposizione aproblematica di empirismo e logica in Hilbert non si pone neppure lontanamente in modo filosofico il problema del fondamento come possibilità della conoscenza, così come viene posto ad esempio in Kant o in Frege; ma rimane soltanto la questione meramente tecnica di descrivere sul piano logico-formale il sapere matematico. Il problema del 'cercare in matematica' quindi e relative aporie filosofiche, con il duplice ricorso dato come immediato agli 'stimoli esterni' e al 'pensiero puro', non vengono da Hilbert nemmeno affrontate.

non è ancora stata trovata una dimostrazione. Tale enunciazione non appartiene alla matematica perché non può avere una formulazione nella notazione del calcolo ma solo in prosa e soprattutto perché, appartenendo alla teoria dei numeri, è un tentativo di descrivere proprietà dei numeri stessi.

Una eventuale soluzione di queste congetture non sarebbe quindi propriamente una scoperta matematica ma una invenzione: il matematico non scopre, inventa[193]. L'opposizione scoperta/invenzione starebbe ad indicare due posizioni differenti in filosofia della matematica: secondo la prima in matematica si fanno scoperte nel senso che si scoprono mediante dimostrazioni possibilità preesistenti – e questa è la concezione critica da Wittgenstein della possibilità come ombra della realtà - mentre il riferimento all'invenzione vorrebbe proprio sottolineare l'infondatezza di quel passaggio, sottolineando il fatto che il passaggio dimostrativo è un mutamento complessivo del sistema e un modo nuovo di vedere le cose, le quali quindi non sono più le *stesse* cose. Questa opposizione tuttavia, in relazione al platonismo, sembra rimanere in superficie, perché in entrambi i casi ciò che non viene sufficientemente tematizzato è proprio il riconoscimento della verità. Infatti, sia che si tratti di scoperta o di invenzione, il problema del senso del riconoscimento del vero e dell'imporsi della necessità nel vedere, rimane sullo sfondo. Frege e il fondazionalismo in generale, preoccupati della logica della giustificazione e non della scoperta, tralasciano completamente tale questione che viene relegata nella sfera dello psicologico. Wittgenstein invece si misura proprio con questo problema, facendone un fenomeno dell'agire umano e non un fenomeno psicologico.

> Non il riconoscimento immediato di una verità, mi interessa, ma il fenomeno del riconoscimento immediato. Ma non già il quanto particolare fenomeno psichico, bensì in quanto è un fenomeno dell'agire umano[194].

Che si tratti di una prova matematica che viene esibita a qualcuno per convincerlo della verità di una proposizione o del caso invece di una vera e propria invenzione matematica, la questione non cambia: ciò che è in gioco è il momento della comprensione di un senso che si impone come vero. È quel momento, in cui si ha un mutamento di visione, che avviene la «produzione del concetto» e un «pensiero echeggia nel vedere». Quello è il luogo originario del platonismo in cui senso, verità e sapere di sé sono presi in un'unica totalità, come avviene ad esempio nel caso paradigamtico della dimostrazione matematica nel *Menone*. È quell'esperienza irriducibile in cui senso, vero e presenza a sé dell'anima fanno tutt'uno; come scriverà molto bene Jacques Derrida, riflettendo sul mito di Theut del *Fedro* platonico: «il vero è la presenza dell'*éidos* significato»[195].

Wittgenstein cercherà in tutti i modi di indebolire la necessità di tale convincimento, parlando di decisione, accettazione di una regola, accordo

[193] Wittgenstein, *Osservazioni sui fondamenti della matematica*, p. 64, parte prima par. 167.
[194] Ivi. p. 162, parte terza par. 32.
[195] J. Derrida, *La Farmacia di Platone*, Jaca Book, Milano 1985, p. 103.

comune. Che le sue formulazioni appaiano spesso confuse, contradditorie e ambigue su questo tema, non è una cosa che debba farci scoraggiare, perché lo scoglio che ha cercato di aggirare il filosofo viennese è uno dei problemi centrali di tutta la storia della filosofia occidentale[196].

5.3 Il platonismo

L'effetto di retroazione che porta con sé la soluzione di un problema matematico - l'imporsi della necessità della prova, il convincimento presente nel riconoscimento del vero - è quello di indurre a sentire che una possibilità che prima rimaneva nascosta si è manifestata. È questa l'illusione[197] contro cui cerca di combattere Wittgenstein. È questo il momento in cui si gioca la partita con il platonismo, nel momento in cui *il fatto* di una nuova possibilità viene sentito come necessità. È il momento in cui l'empirico e il logico si incontrano e ci si convince – in termini wittgensteiniani – di adottare una nuova configurazione come regola. L'illusione di aver a che fare sempre con lo stesso oggetto è esemplificata bene da un passo delle *Osservazioni sui fondamenti della matematica*, in cui si presenta il caso dell'esibizione della figura di prova di una costruzione di un rettangolo mediante la combinazione di due parallelogrammi e due triangoli ad un bambino:

> Posso immaginare che il bambino, dopo aver combinato i due parallelogrammi *nel* modo indicato dalla figura, non creda ai propri occhi vedendo che combaciano *in questo modo*. '*Non sembrava* che dovessero combaciare così'. E posso immaginare che qualcuno dica: Solo per una qualche illusione ci sembra che siano *questi* parallelogrammi a dar luogo al rettangolo – in realtà la loro natura è mutata. Non sono più i parallelogrammi[198].

[196] «Per certi versi tutta la razionalità filosofica dell'occidente si configura come l'inutile sforzo del *logos* di andare oltre se stesso, di dare alla sua natura di supplente una completezza resa impossibile proprio dalla consapevolezza della 'supplenza'. Io credo che la teoria della reminiscenza, intesa in senso lato, sia il modo in cui Platone ha cercato di salvarsi da questa contraddizione» (F. Trabattoni, *Scrivere nell'anima: verità, dialettica, persuasione in Platone*, Nuova Italia, Firenze 1994, p. 222, n.48). Come stiamo cercando di argomentare in questo capitolo e cercheremo di approfondire nel paragrafo successivo, Wittgenstein si sta misurando proprio con questa tematica, ma diversamente da Platone, non vuole 'salvarsi dalla contraddizione', perché a lui non interessa la ricerca della verità in quanto tale: non c'è il pericolo platonico di diventare neghittosi accettando il paradosso eristico (cfr. *Menone*, 81d), ma la necessità vitale e ossessiva – quasi catartica in senso fisiologico, visto che la parola fa tutt'uno con il gesto e l'azione - di trovare la parola liberatrice per «smettere di filosofare quando si vuole».

[197] La problematicità della lettura del *New Wittgenstein* che interpreta il passaggio dal non senso occulto al non senso palese come un'illusione (cfr. J. Conant, *Frege and Early Wittgenstein*, in *The New Wittgenstein*, cit. pp. 174-75), come tale illusione possa essere una chiarificazione senza dire nulla (cfr. M. McGinn, *Between Methapysics and Nonsense: Elucidation in Wittgenstein's 'Tractatus'*, in «The Philosopical Quarterly», vol. 49, n.197 (1999), p. 496), la ritroviamo qui nel caso della prova matematica, in cui ciò che è in questione è sempre quel 'passaggio' in cui qualcosa si manifesta e nel caso della soluzione di un problema o di una congettura, abbiamo proprio che ad una proposizione priva di senso – quella da dimostrare - si trova un senso – la prova. Quindi, sebbene la situazione sia sensibilmente differente dal caso dello schiarimento del pensiero nel passaggio dal non senso occulto a quello palese, si ha sempre il problema dell'apparizione di un senso.

[198] Wittgenstein, *Osservazioni sui fondamenti della matematica*, p. 26, parte prima par. 50.

È importante osservare come l'espressione «non credere ai propri occhi» sia proprio quella con la quale Cantor esprime tutta la sua meraviglia a Dedekind nella descrizione del momento della scoperta della corrispondenza biunivoca tra la potenza dell'infinito lineare e quello bidimensionale nella famosa figura che mostrerebbe tale possibilità. È qui che si tocca il fondo del platonismo, proprio con quella meraviglia che si impone agli occhi e alla quale si fa fatica a credere, ma della quale si è convinti, poiché una necessità si impone nel vedere. L'illusione è fondata sul fatto della postulazione della figura in sé, e quindi della conseguente visione di una possibilità che prima non si vedeva; mentre per Wittgenstein non esiste la figura in sé ma questa non è altro che uno strumento da utilizzare in vari modi e il suo significato, la sua regola, il suo schema coincidono con ciò che si è pronti a fare con essa. La confusione che nasce in relazione alla possibilità dipende dal fatto che essa viene presa in due sensi differenti: un senso empirico ed uno logico. Il cercare la soluzione di un problema matematico non è propriamente fare matematica, ma fare *la* matematica. L'impossibilità logica del cercare in matematica è l'impensabilità e infondatezza del punto di contatto tra esperimento e calcolo che sono l'opposizione che guida l'intera riflessione di Wittgenstein sulla matematica fin dal *Tractatus*.

> La prova – si potrebbe dire – dev'essere originariamente una specie di esperimento – ma poi la si prende semplicemente come immagine.
> Quando metto in uno stesso mucchio 200 mele e 200 mele, e le conto, e ottengo 400, non provo che 200 + 200 = 400. Questo vuol dire che non vorremmo impiegare questo fatto come il paradigma per giudicare tutte le situazioni simili a questa.
> […] La prova è il nostro modello di un determinato *risultato*, che ci serve come termine di paragone (unità di misura) per le variazioni che hanno luogo nella realtà[199].

Il momento della ricerca di una soluzione è un luogo che non appartiene né alla logica, né al mondo della vita. Perché è il luogo per eccellenza in cui si è alla ricerca di un senso. E qui l'aporia del pensiero in Wittgenstein si trova completamente irretita proprio in quella «strategia dell'anima»[200] platonica della quale tenta in tutti i modi di liberarsi[201]. Tale aporia riguarda il senso e si dispiega nel modo seguente: le proposizioni

---

[199] Ivi p. 100, parte seconda, par. 23 e par. 24 (corsivo dell'autore)

[200] Per questa espressione cfr. C. Sini, *Passare il Segno. Semiotica, cosmologia, tecnica*, Il Saggiatore, Milano, 1981, parte III, *Immagini di verità. Dal segno al simbolo*, Spirali, Milano 1990, parte II e *I segni dell'anima*, cit. con saggio in Appendice su Wittgenstein.

[201] L'insistenza di Wittgenstein sulla necessità della 'perspicuità' della prova (cfr. Wittgenstein, *Osservazioni sui fondamenti della matematica*, parte III, par. 41, Parte II, par.1), sul fatto che debba essere 'abbracciata con lo sguardo', non è altro che la richiesta che nel *momento* della prova si manifesti un senso, come in una sorta di 'illuminazione'. Lo stesso termine 'illuminazione' si avvicina a quell'esperienza di cui parla Platone nella *VII Lettera* in cui l'animo, dopo una lunga attività di sfregamento con i *logoi*, infiammandosi, fa esperienza della verità.

della logica sono prive di senso e non dicono nulla, quelle del linguaggio ordinario, nella misura in cui sono prese nella prassi di un gioco linguistico, hanno sempre senso ma tale senso non può dirsi in modo sensato, pena l'interruzione della prassi in cui si era immersi. Il gioco della filosofia è l'unico che tematizza il senso in quanto tale, ma le questioni che si pone sono anch'esse prive di senso, perché l'uso che la filosofia fa del linguaggio è un uso *puro*, una ruota che gira a vuoto. Nel caso delle proposizioni della matematica e della logica, il non senso risiederebbe nell'enunciare delle regole grammaticali come se fossero proposizioni dotate di senso, di un contenuto di pensiero che può essere vero o falso. Il caso della soluzione di una prova matematica, l'*accadere* del manifestarsi di un senso, là dove prima si brancolava nel buio, non rientra in nessuno dei casi precedenti. Qui sembra effettivamente che si abbia a che fare proprio con l'accadimento di una comprensione, di un intendere in cui ciò che si manifesta è tutt'uno con il sentimento della necessità e della verità e soprattutto, per essere tale, deve essere vissuto dal soggetto tra le quattro mura della coscienza. È questo lo scoglio estremo del platonismo: l'esperienza della verità come manifestazione di senso, il cui ri-conoscimento richiede l'esperienza della *presenza a sè*. Wittgenstein si interroga spesso sulla natura di tale convincimento e in quei pensieri ritorna anche la figura cartesiana del genio maligno:

> Immaginiamo che le proprietà fisiche dei pezzi del rompicapo siano talo che i pezzi non possono assumere la posizione cercata. Ma non siano tali che chi tenta di fargliela assumere percepisca una resistenza: semplicemente, si possono fare tutti gli altri tentativi tranne *questo*, e neanche per caso i pezzi si incastrano secondo questa disposizione. È come se questa disposizione fosse stata esclusa dallo spazio. Come se, a questo punto, ci fosse un 'punto cieco', forse nel nostro cervello. E non *è* così, quando credo di aver tentato tutte le posizioni possibili e ogni volta, quasi fossi stregato, sono passato davanti a quella giusta senza accorgermene?
>
> Non si può dire che la figura che ti mostra la soluzione fa cadere la benda dai tuoi occhi; o, anche, che cambia la tua geometria? Ti indica, per così dire, una nuova dimensione dello spazio. (Come quando si indica a una mosca la strada per uscire dalla trappola di vetro)
>
> Un demone ha lanciato un incantesimo su questa posizione e l'ha esclusa dal nostro spazio.
>
> La nuova posizione è come uscita dal nulla. Dove prima non c'era niente, ora, improvvisamente, c'è qualcosa.
>
> In che senso, allora, la soluzione ti ha convinto che si può fare questa e quest'altra cosa? – Prima *non* potevi farla – e ora, forse, lo puoi[202].

In che senso la soluzione convince? Questo è il problema del platonismo nella prova matematica? Sono molti i luoghi in cui Wittgenstein

[202] Wittgenstein, *Osservazioni sui fondamenti della matematica*, p. 25, par. 44, 45, 46 (corsivo dell'autore).

affronta questo tema: «perché *sento* che è stata mostrata una proprietà?»[203], «nella prova qualcosa *sorprende*»[204], «si è convinti di proposizioni grammaticali, si accetta una regola; con la prova si inserisce una decisione in un sistema di decisioni; la prova convince dell'utilità di una regola»[205]. Il problema insormontabile è il fatto che il 'perché' del riconoscimento è fuori dalla prova[206], la natura del convincimento, del ri-conoscere: è da questa metafora che ci si cerca di liberare:

> E voglio dire: quando si usa l'espressione: «La prova mi ha insegnato – mi ha convinto – che le cose stanno così e così», si rimane ancor sempre in una metafora[207].
> Naturalmente qualcuno potrebbe opporsi e dire: «allora non è mai possibile trovare la prova di una proposizione, perché, non appena la si è trovata, non si tratta più della prova di questa proposizione»[208].

Molto più semplicemente si potrebbe dire che il problema consiste nel fatto che la *necessità* della prova non è qualcosa che possa vedersi con gli occhi mondani; situazione del tutto analoga al problema dell'identico[209] e dell'*eguale* dei dialoghi platonici[210]: nella prova ciò che si *ri-conosce* non è altro che l'identico, il medesimo che qualcuno ci induce a vedere o che balena inaspettato nel momento della scoperta. Il paradosso eristico del *Menone* solleva proprio una questione analoga: come è possibile riconoscere un oggetto se non lo si conosceva prima?

> Menone: E in quale maniera ricercherai, o Socrate, questa che tu non sai affatto che cosa sia? E quale delle cose che non conosci ti proporrai di indagare? O, se anche tu ti dovessi imbattere proprio in essa, come farai a sapere che è quella, dal momento che non la conoscevi?
> Socrate: Guarda che argomento eristico adduci: che non è possibile per l'uomo ricercare né ciò che sa né ciò che non sa; infatti, né potrebbe cercare ciò che sa – perché lo sa già, e intorno a ciò non occorre cercare, - né ciò che non sa – infatti, in tal caso, non sa che cosa ricercare[211].

In termini kantiani: come è possibile l'estensione del concetto di un oggetto in modo che non sia puramente analitico? Platone risponde con la dottrina della reminiscenza, secondo la quale il riconoscimento è possibile perché l'oggetto lo si è conosciuto nella sua totalità ed essenza in una vita precedente, Kant risponde con la dottrina dello schematismo secondo la

---

[203] Cfr. Ivi p.37 par. 85 (corsivo mio).
[204] Cfr. Ivi p.28, par. 58 (corsivo mio).
[205] Cfr. Ivi p. 102, par. 27
[206] Cfr. Ivi p. 109, par. 41
[207] Ivi p. 32, par. 72
[208] Ivi p. 216, par. 7.
[209] Cfr. Ivi p. 164, par. 36; p. 166 par. 43
[210] Cfr. Platone, *Fedone* 74c, in Opere Complete vol. I, Laterza, Roma-Bari, 1974, p. 128
[211] Platone, *Menone*, 81- c/d, tr. it. Giovanni Reale, Editrice La Scuola, Brescia, 1986, p.39.

quale si ha l'esibizione nell'intuizione sensibile pura in cui però la scoperta è lasciata all'infondatezza del genio, Frege rimarrà irretito nel paradosso perché non riuscirà a colmare il solco tra soggettività del comprendere e oggettività del terzo regno (in termini platonici, tra anima e verità). Wittgenstein prenderà le mosse dall'aporia fregeana, ponendo però la questione della formazione del concetto[212], intesa come l'esibizione di un nuovo strumento all'interno di un nuovo gioco. Il fondamento tuttavia non è logico, ma è il risultato di una persuasione[213]: questo è il termine chiave che ci permette di definire meglio la relazione ambigua con il platonismo.

Nella filosofia di Platone il ruolo della persuasione è di cruciale importanza tanto quanto quello della dialettica. Tutto il discorso sulla critica della scrittura punta proprio a sottolineare che lo scritto in sé rimane lettera morta e non potrà mai condurre alla verità senza la persuasione dell'animo di chi ascolta. In altri termini, che la verità non è una proprietà dei *logoi*, ma solo dell'animo[214]. È qui che la persuasione ha un ruolo cruciale, perché si ha verità solo se l'animo dà l'assenso a se stesso nel momento in cui accoglie la verità del discorso, sia esso orale o scritto. Il fondazionalismo, con il suo progetto di formalizzazione completa e automatica della matematica, pretende proprio di esibire la forma logica autoevidente delle dimostrazioni matematiche, le quali dovrebbero costringere all'assenso tutti gli esseri dotati di ragione. È per questo che si trova a dover postulare una dimensione primitiva sul piano dell'intuizione pura, sia essa logica o sensibile. Ma questo è proprio quello che Platone vuole evitare: non c'è nessun automatismo nella trasmissione della verità, ma il fondamento ultimo è una forma di persuasione dell'animo. Non c'è alcuna scrittura possibile che possa imporsi come autoevidente, neppure la scrittura concettuale, ideografica del simbolismo logico-matematico[215]. È qui che Wittgenstein, sollevando la questione del ri-conoscimento e del convincimento in termini di persuasione si avvicina pericolosamente a Platone. Anche per lui la prova «non porta necessariamente con sé un qualsiasi riconoscimento»[216], ma ovviamente l'intero discorso, rispetto alla problematica platonica, è collocato sul livello della prassi e del fare. Ma come e perché siamo persuasi ad accettare una prova come nuova regola grammaticale? Qui la filosofia di Wittgenstein si arresta, sulla soglia della «strategia dell'anima» di Platone, per negare che quella domanda – che invoca un fondamento – possa avere senso:

> Ma allora, in base a quale principio si riconosce che qualcosa è una nuova prova? O, piuttosto: è certo che qui non esiste nessun 'principio'[217].

[212] Cfr. Wittgenstein, *Osservazioni sui fondamenti della matematica,* cit. p. 162, par. 33.
[213] Cfr. Ivi p. 107, par. 39
[214] Cfr. Trabattoni, *Scrivere nell'anima: verità, dialettica, persuasione in Platone*, Nuova Italia, Firenze, 1994.
[215] Socrate nel *Gorgia* (cfr. Platone, *Gorgia* 453 d/e, tr. it. G. Zanetto, BUR, Milano 1994, p.71) afferma la natura fondamentalmente persuasiva di tutte le arti, compresa anche l'aritmetica.
[216] Cfr.Wittgenstein, *Osservazioni sui fondamenti della matematica*, p. 107,par. 38.
[217] Ivi p. 166, par. 45.

Wittgenstein ha ovviamente le sue ragioni per respingere la domanda, e sono le stesse che ripete innumerevoli volte nei termini della solita domanda paradossale: «Come fai a sapere di essere stato effettivamente convinto di qualcosa?»[218]. Il fondamento – ammesso che abbia senso parlarne - è sempre qualcosa di opaco, infondato: così come non ci sono ragioni ultime da fornire per costringere all'assenso qualcuno, non ce ne sono neppure nel momento della soluzione di un problema matematico:

> Ma come mai allora la prova mi *costringe*? Semplicemente perché procedo in un determinato modo, mi rifiuto di prendere un'altra strada. L'ultimo argomento che mi rimarrebbe da usare contro uno che non volesse procedere così consisterebbe nel dire: 'Ma non vedi…?' - e questo non è certo un *argomento*[219].

La possibile concessione al platonismo viene subito chiusa, quella fenditura tra le due perfezioni assolute della logica e del linguaggio ordinario: il momento della formazione del concetto (il pensiero che echeggia nel vedere) viene espresso da Wittgenstein in modo altrettanto cieco del seguire una regola. Le questioni del ri-conoscimento, della persuasione, del convincimento vengono giustamente sollevate ma come ogni domanda che rimanda in ultima istanza ad un fondamento, vengono destituite di senso.

Wittgenstein, negando il senso all'esperienza del cercare in matematica e *in parte* anche in filosofia, colpisce l'essenza stessa del socratismo[220] e del platonismo, per i quali il pensare si risolve nella ricerca della verità e il pensiero stesso si manifesta nel dialogo e nella ricerca. Il *Menone* è il dialogo che più di ogni altro tiene insieme proprio questi tre termini: ricerca della verità esemplificata dal cercare in matematica, valore del cercare ed esperienza del pensiero intesa socraticamente come conoscenza di sé dell'anima. Socrate condurrà lo schiavo, attraverso l'esibizione di figure geometriche, a riconoscere la soluzione del problema e il fatto di questo riconoscimento verrà esibito come il fondamento della possibilità della conoscenza e quindi della necessità di postulare un'esistenza precedente nella quale lo schiavo abbia potuto contemplare quell'oggetto nella totalità delle sue proprietà, in modo tale da poterlo ri-conoscere. Socrate non può dimostrare nulla allo schiavo, può solo accompagnarlo a

[218] Ivi p. 191, par. 25.

[219] Ivi p. 20, par. 34.

[220] Schlick, in *Il futuro della Filosofia* del 1931, compara Wittgenstein a Socrate per quanto riguarda lo stile argomentativo antidogmatico e volto alla continua ed estenuante interrogazione (cfr. S.G. Shanker, *Wittgenstein and the Turning-point in the Philosophy of Mathematics*, cit. p. 4). E tuttavia è sempre utile – ce lo ha insegnato proprio Wittgenstein – soffermarsi più sulle differenze. In questo caso la distanza tra Wittgenstein e Socrate sul senso della vita come ricerca ci consegna una traccia della nostra contemporaneità: la parola filosofica sempre più chiusa in se stessa che, rispetto alla vivida pienezza dell'esperienza socratico-platonica, subisce un progressivo sbilanciamento verso il silenzio.

vedere da sé: come in Wittgenstein, l'ultimo argomento sarebbe nient'altro un invito al vedere. Ma la differenza abissale tra Platone e il filosofo viennese sta proprio nel vedere. Per il primo il vedere è una modalità del pensare, nel senso che non ci si sofferma sulle figure geometriche ma si guarda attraverso esse la dimensione universale delle idee. Questo vale ancora anche per Kant, Cantor, Frege e Russell. La novità di Wittgenstein invece sta nel fatto che per lui il vedere non è altro che una modalità del fare. È questo il punto: Wittgenstein vede solo parole e segni come fossero strumenti, cose, oggetti, tavoli e sedie[221]. Egli pone giustamente il problema del convincimento e della persuasione, ma questa non può essere una concessione all'apertura di una dimensione soggettiva in cui *accade* la comprensione di un nuovo senso come una sorta di illuminazione. Un pensiero echeggia nel vedere, ma il pensiero per Wittgenstein è un «sogno del linguaggio»[222] e il linguaggio non è altro che strumento[223] come gesto inserito in un contesto pragmatico.

La tematica wittgensteiniana del calcolo come ripetizione, copiatura, ricalco di un modello ci permette di approfondire ulteriormente il confronto con il platonismo, in particolare con la tesi platonica sulla scrittura come ripetizione dello stesso che non dice nulla e non esprime alcun pensiero se non viene soccorsa dalla parola viva. Per Wittgenstein la matematica è calcolo, nel senso che coincide totalmente con una prassi che si segue in modo inesorabile, senza pensare e senza riflettere. Essa in quanto attività è esente da ogni dubbio. In matematica, particolare e generale coincidono e ogni equazione è una regola. Da questo punto di vista, qualsiasi calcolo non è altro che la ripetizione dello stesso e il filosofo, per esprimere questo concetto, utilizza la metafora del ricalcare, come se l'addestramento al quale siamo stati sottoposti avesse lasciato dei solchi talmente rigidi – i binari rigidi di cui parla Wittgenstein – nella memoria, tale per cui l'attività di calcolo non è altro che un semplice ripercorrere schemi già presenti sul foglio della memoria. La cecità della prassi, l'oblio della prassi – che è oblio della soggettività stessa nel mentre del suo essere in atto nell'applicazione del calcolo – trova un suo momento paradigmatico con il riferimento alla prassi matematica come ripetizione del medesimo, come ricalco di una scrittura già presente su qualche supporto, sia esso un foglio di carta o il foglio della memoria[224].

Platone, quando critica la scrittura, ricorre ad un'argomentazione simile. Non è la scrittura in sé il problema, ma il discorso fisso – sia esso quello scritto o quello imparato a memoria - ossia il discorso come mera ripetizione del medesimo, senza che in esso venga pensato alcunché. La ripetizione a memoria è un gesto meccanico come il calcolo, è un leggere e dire senza pensare al senso ossia alla verità di ciò che si sta dicendo e facendo. E così è la vita stessa, ripetizione nel senso di abitudine, gesto, ciclo, prassi, cieca ripetizione di ciò a cui siamo stati addestrati. Ciò che

221 Wittgenstein, *Tractatus*, 3.1431
222 Wittgenstein, *Ricerche Filosofiche*, cit. p. 150
223 Ivi, p. 198
224 Cfr. Wittgenstein, *Osservazioni sui fondamenti della matematica*, cit. p. 6.

invece dà valore al fare e al dire è solo il senso, il pensiero, ossia il vero, quindi la presenza a sé dell'animo. L'istanza originaria del logicismo risiede proprio in questo luogo della filosofia platonica, ossia nel tentativo di sottrarre il fare e il dire del matematico all'oblio del sogno e al non senso di un mero gioco di segni, affermandone il valore proprio nella dimensione logica del pensiero. Ma tale tentativo ha prodotto come risultato l'esibizione del fondamento nell'autoevidenza della formalizzazione completa e assoluta del procedimento dimostrativo, ossia nella ripetizione meccanica di una macchina logica. Un risultato questo, che solo in parte rimane fedele alla complessità dell'intreccio presente nella filosofia che ci ha consegnato Platone, perché come abbiamo visto, ne rimane fuori proprio un momento essenziale che è quello della persuasione e dell'autentico riconoscimento. La ripetizione meccanica della formalizzazione logico-matematica sarebbe quindi quella 'cattiva' ripetizione puramente tautologica della scrittura e della stessa memoria quando questa funge come semplice ripetizione dello stesso, contrapposta alla 'buona' ripetizione che è quella del riconoscimento dell'*éidos* nell'animo[225].

Wittgenstein si inserisce proprio qui, nel punto cieco del presunto platonismo logicista e solleverà la domanda apparentemente paradossale: *Calcola* la macchina logica? Ossia, *fa* veramente qualcosa? Il problema è quello di dare valore alla prassi, al fare, per strapparlo all'oblio e alla dimenticanza della cecità del mondo della vita nella sua assoluta chiusura. Il logicismo eredita solo in parte l'istanza platonica perché, sebbene postuli una sfera ideale, tralasciando il momento della persuasione ed esibendo il fondamento nei termini della presunta autoevidenza e immediatezza di un calcolo logico formale automatico, ricade nel dogmatismo di una scrittura che pretende di dire la verità senza alcuna mediazione. E in questo il formalismo hilbertiano è il vero compimento dell'intera problematica sui fondamenti. Wittgenstein vede e pone il problema della persuasione, ma lo risolve dissolvendolo, ricorrendo non all'anima o alla trascendenza, ma all'uso, ai giochi linguistici, alle forme di vita. E qui citiamo un pensiero sul quale ci siamo già soffermati, un pensiero che il filosofo annotò su uno dei suoi diari nel 1931:

> Se il mio nome sopravviverà sarà solo come *terminus ad quem* della grande filosofia occidentale. Un po' come il nome di colui che ha bruciato la biblioteca di Alessandria[226].

Wittgenstein, al problema dell'assoluta chiusura del mondo e della vita, risponde ricorrendo alle *forme* di vita. Là dove Platone, per strappare la

[225] In questa sede tralasciamo completamente la problematica teoretica sollevata da Derrida in merito alla duplicità del farmaco 'scrittura' come parte delle opposizioni classiche della filosofia platonica e quindi dell'intera storia della filosofia occidentale e allo stesso tempo matrice originaria e condizione di possibilità dell'istituzione di quel sistema di opposizioni. In altri termini, mi fermo sulla soglia del non-luogo istituito da Platone, perché sono persuaso che Wittgenstein, pur cercando di andare oltre, si è fermato lì, sulla soglia, appunto sul *limite* del pensiero, che in quanto tale non può essere pensato, ma «tracciato *nel* linguaggio».

[226] Wittgenstein, *Movimenti del pensiero, Diari 1930-1932/1936-1937*, cit. p. 38.

vita alla morte, fa coincidere il senso e il valore della vita con l'esperienza del pensiero e della ricerca della verità – con la logica – Wittgenstein cercherà in tutti i modi di sbarrare questa strada, senza tuttavia riuscirci veramente. E lo farà ambiguamente, ricorrendo proprio ad una parola chiave della filosofia platonica - *forma* – la quale tuttavia verrà utilizzata per dissolverne i presupposti. Wittgenstein infatti sostituisce il non-luogo (o luogo assoluto) dell'anima con il non-luogo (o luogo assoluto) del contesto, sia esso il gioco linguistico o la forma di vita. Il *terminus ad quem* della filosofia occidentale sarebbe stato il silenzio del *Tractatus*, se l'autore avesse veramente serbato quel silenzio per tutta la vita. Così non è stato, e nell'assoluta perfezione e chiusura della vita si presenta la mediazione di un termine che spinge fuori dal silenzio: *forma*. Così come nel *Tractatus* il senso apparteneva alla *forma logica* e poteva essere solo mostrato nell'uso, negli scritti successivi il senso delle parole nel flusso della vita non può dirsi ma c'è, nella misura in cui appartiene non semplicemente ad una vita, ma ad una *forma* di vita.

È un ricorso, questo di Wittgenstein al termine forma, che ha più il sapore della chiusura e del rifiuto della domanda sul fondamento, che un vero e proprio tentativo di rispondere e articolare un qualche discorso fondativo che faccia appello a possibili analisi delle forme di vita per *spiegare* il senso dei giochi e l'uso dei significati. L'intento dell'autore è sempre *descrittivo*, ma tale descrizione non ha mai finalità esaustive, piuttosto è un modo per ricondurre le parole alla loro patria, al loro contesto d'origine[227], in modo da diradare la nebbia delle confusioni filosofiche originate da un uso del linguaggio che gira a vuoto, quell'uso puro che isolando le parole dai loro contesti d'azione, ne interroga in modo astratto il significato in sé.

Ne rimane una incontrovertibile esperienza di pensiero, testimoniata da centinaia e centinaia di appassionanti e penetranti pensieri ed osservazioni. Tra le due perfezioni assolute della logica e della vita c'è il posto per una ricerca che non è più la socratica ricerca della verità, ma un'esperienza di parola e scrittura che è ricerca della parola liberatrice[228]. La dissoluzione della «grande filosofia occidentale» la possiamo ravvisare nella sostanziale differenza di senso della ricerca filosofica: se con la dottrina della reminiscenza, l'istituzione dell'anima e la ricerca della verità, Platone vuole salvarsi dalla contraddizione paralizzante del paradosso eristico, strappando così la vita alla neghittosità alla quale l'accettazione del suddetto paradosso l'avrebbe consegnata[229] e facendo quindi coincidere la vita felice con la ricerca della verità, in Wittgenstein ciò che è in questione non è il valore della ricerca in sé, ma la necessità vitale e ossessiva – quasi catartica in senso fisiologico, visto che la parola fa tutt'uno con il gesto e l'azione - di trovare la parola liberatrice per «smettere di filosofare quando si vuole»[230]. E

[227] Cercare di capire meglio cosa intendesse Wittgenstein con forma di vita (cfr. M. Black, *Lebensform e Sprachspiel*, in *Capire Wittgenstein*, cit. pp. 241-251), può essere fuorviante: «forma di vita» non è altro che un modo per dire che nel silenzio della vita c'è un *senso* (forma) che tuttavia non può essere detto se non giocando un altro gioco rispetto a ciò - l'evento che accade - che si vorrebbe dire, quindi fra-intendendolo in modo costituivo.

[228] Wittgenstein, *Diari Segreti*, cit. p. 83.

[229] Cfr. Platone, *Menone*, 81d.

[230] Cfr. Wittgenstein, *Ricerche Filosofiche*, cit. p. 71.

tuttavia è proprio qui, in questa esperienza di pensiero come liberazione dai nodi del linguaggio, dalle metafore nelle quali si è presi, da quelle formazioni discorsive che come un blocco ammaliano e imprigionano l'intelletto, che possiamo ravvisare un ultimo e irriducibile residuo di platonismo, là dove il demone della filosofia non può mantenere il silenzio, ma è spinto a pensare, parlare, scrivere. La parola liberatrice è parola che passando da un non senso occulto ad uno palese, vive di fatto un'esperienza di senso. È una parola che deve essere letta come una «composizione poetica»[231]: tutta la filosofia di Wittgenstein conduce ad un esperienza patica della parola. È un gesto del tutto *sui generis* e speciale, perché è quel gesto che pur appartenendo – in quanto gesto – al silenzio e alla chiusura del mondo, porta con sé la possibilità misteriosa della liberazione, dell'*accadere* di un qualcosa che non è un *accadere nel mondo*, ma il manifestarsi di un senso in quell' impensabile, istantanea e contratta esperienza del comprendere sulla quale il filosofo ha meditato per tutta la vita.

Con la prova matematica, nel momento del manifestarsi della soluzione, siamo nella stessa situazione: decisione, convinzione, persuasione, riconoscimento, stupore, sono tutti i termini con i quali Wittgenstein ha cercato di avvicinarsi al non-luogo[232] istituito da Platone, l'accadere di un senso e di una verità come qualcosa che non è di questo mondo. È il gesto del pensiero, come *sogno del linguaggio*.

[231] Wittgenstein, *Pensieri Diversi*, cit. p. 56.

[232] «Wittgenstein ci ha insegnato a demolire le filosofie che presuppongono un luogo nel quale gli uomini non possono trovarsi e dal quale non possono parlare» (A. Gargani, *Wittgenstein: dalla verità al senso della verità*, ETS, Pisa, 2003, p. 11), ma l'aver tematizzato, sebbene in modo critico, tale non-luogo per tutta la vita, rende la sua filosofia molto più problematica di quanto possa sembrare. E il caso limite della prova matematica è proprio un luogo/non-luogo esemplare di tale problematicità.

Bibliografia

Opere di Ludwig Wittgenstein citate nel testo:

L. Wittgenstein, *Logisch-philosophische Abhandlung*, in «Annalen der Naturphilosophie», 14 (1921), pp. 185-262, poi come *Tractatus logico-philosophicus*, London, 1922, tr. it. di A. G. Conte, *Tractatus logico-philosophicus e Quaderni 1914-16*, Einaudi, Torino, 1964.

L. Wittgenstein, *Philosophische Untersuchungen*, a cura di G.E.M. Anscombe e R. Rhees, Oxford, 1953, tr. it. di R. Piovesan e M. Trinchero, *Ricerche Filosofiche,* Einaudi, Torino, 1967.

L. Wittgenstein L, *Preliminary Studies for the «Philosophical Investigations», Generally known as the blue and brown books*, Basil Blackwell, Oxford, 1958, tr. it. di A. Conte*, Libro blu e libro marrone,* Einaudi, Torino, 1983.

L. Wittgenstein, *Philosophische Grammatik*, a cura di Von R. Rhees, Blackwell, Oxford, 1969, tr. it di M. Trinchero, *Grammatica filosofica*, La Nuova Italia, Firenze, 1990.

L. Wittgenstein, *Philosophische Bemerkungen*, a cura di R. Rhees, Blackwell, Oxford, 1964, tr. it. di M. Rossi, *Osservazioni Filosofiche*, Einaudi, Torino, 1976

L. Wittgenstein, *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*, a cura di G. E. M. Anscombe, R. Rhees, G. H. von Wright, Suhrkamp, Frankfurt am Main, 1968, tr. it. di M. Trinchero, *Osservazioni sopra i fondamenti della matematica*, Einaudi, Torino, 1979.

L. Wittgenstein, *Zettel*, edited by G. E. M. Anscombe and G. H. von Wright; translated by G. E. M. Anscombe, Berkeley ; Los Angeles : University of California press, 1967, tr. it. *Zettel: lo spazio segregato della psicologia*, a cura di M. Trinchero, Einaudi, Torino, 1986.

L. Wittgenstein*, Bemerkungen über Frazers 'The Golden Bough', a cura di R. Rhees, in* «Synthese», 17 (1967), pp. 233-253, tr. it. di S. de Waal, *Note sul «Ramo D'oro « di Frazer*, Adelphi, Milano, 1975.

L. Wittgenstein, *Bemerkungen über die Philosophie der Psychologie*, a cura di G.E.M. Anscombe e G.H. von Wright, Blackwell, Oxford, 1980, tr. it. di R. De Monticelli, *Osservazioni sulla Filosofia della psicologia,* Adelphi, Milano, 1990

L. Wittgenstein, *Denkbewegungen tagebucher: 1930-1932/1936-1937,* a cura di I. Somavilla, Frankfurt am Main, 1999, tr. it. a cura di M. Ranchetti e F. Tognina, *Movimenti del pensiero*, *Diari 1930-1932/1936-1937*, Quodlibet, Macerata, 1999.

L. Wittgenstein, *Vermischte Bemerkungen*, a cura di G.H. von Wright, Frankfurt a. M. 1977, tr. it. di M. Ranchetti, *Pensieri Diversi*, Adelphi, Milano, 2004.
P. Engelmann, *Briefe von Wittgenstein / Letters from Wittgenstein,* in *Letters from Ludwig Wittgenstein, With a Memoir,* a cura di B.F. McGuinness, tr. di L. Fürtmuller, Oxford 1967, tr. it. di I. Roncaglia Cherubini*, Lettere di Ludwig Wittgenstein con ricordi,* Firenze, 1970.

G. E. Moore, *Wittgenstein's Lectures in 1930-1933*, in «Mind», 63 (1954), tr. it. di M.A. Bonfantini, *Lezioni di Wittgenstein negli anni 1930-33*, Mimesis, Milano-Udine, 2009.

Opere citate

Affergan A. *Esotismo e alterità: saggio sui fondamenti di una critica dell'antropologia*, Mursia, Milano, 1991.

Andronico M., *Descrivere e immaginare nel secondo Wittgenstein*, Filosofia, 1986.

Apel K.O., *Wittgenstein e Heidegger: il problema del senso dell'essere e il sospetto d'insensatezza contro ogni metafisica*, in *Comunità e Comunicazione*, 1977, Rosenberg & Sellier, Torino, 1977.

Bacon F., *Sul progresso e l'avanzamento del sapere divino e umano*, in *Opere Filosofiche*, vol. II, Laterza, Bari 1965.

Bastianelli M., *Oltre i limiti del linguaggio: il kantismo nel 'Tractatus' di Wittgenstein*, Mimesis, Milano, 2008.

Benacerraf e Putnam, *Introduction to Philosophy of Mathematics*, New Jersey, Oxford, 1964.

Black M., *Lebensform e Sprachspiel*, in M. Andronico, D. Marconi, C. Penco (a cura di) *Capire Wittgenstein,* Marietti, Genova, 1988*,* pp. 241-251.

Cantor G., *La formazione della teoria degli insiemi (saggi 1872 – 1883)* tr. it. di G. Rigamonti, Sansoni, Firenze, 1992.

Cassirer E., *Kant e la matematica*, Guerini, Milano, 2009.

Cellucci C., *Filosofia e Matematica*, Laterza, Roma-Bari, 2002.

Conant J., *Frege and Early Wittgenstein*, in A. Cray, R. Read (a cura di) *New Wittgenstein*, New York, Routledge, 2000.

Cuturi F., *In nome di dio*, Meltemi, Roma, 2004.

Dauben W., *Georg Cantor, His Mathematics and Philosophy of the Infinite*, Princeton University Press, 1979.

De Certeau M., *La scrittura dell'altro,* Raffaello Cortina, Milano 2005.
Dedekind R., *Scritti sui fondamenti della matematica*, a cura di F. Gana, Bibliopolis, Napoli, 1982.

Derrida J., *La Farmacia di Platone*, Jaca Book, Milano, 1985.

Enriques F., *Per la storia della logica*, Zanichelli, Milano, 1987

Fabietti U., Malighetti R., Matera V., *Dal tribale al globale: introduzione all'antropologia*, Mondadori, Milano, 2000.

Fabbrichesi R., *Cosa significa dirsi pragmatisti: Peirce e Wittgenstein a confronto*, Cuem, Milano, 2002.

Fabbrichesi R., *I corpi del significato: lingua, scrittura e conoscenza in Leibniz e Wittgenstein*, Jaca Book, Milano, 2000.

Franchella M., *Come l'amor platonico: kantismo e platonismo nella filosofia della matematica del XX secolo*, Milano, LED, 2001.

Frege G., *Ricerche Logiche,* a cura di M. Di Francesco, Guerini, Milano, 1988.

Frege G., *Scritti Postumi,* ed. it. a cura di E. Picardi, Bibliopolis, Napoli, 1986.

Frege G., *Logica e Aritmetica,* a cura di C. Mangione, Boringhieri, Torino, 1977.

Gargani A.G., *Wittgenstein: dalla verità al senso della verità*, ETS, Pisa, 2003.

Gargani A.G., *Wittgenstein: musica, parola, gesto*, Cortina Editore, Milano, 2008.

Garin E., *Vita e Opere di Cartesio*, Laterza, Roma-Bari, 1984.

Gilles D. A., *Frege, Dedekind and Peano on the Foundations of Arithmetic*, 1982, Van Gorcum.

Hadot P., *Wittgenstein e i limiti del linguaggio*, Bollati Boringhieri, Torino, 2007.

Havelock E.A., *Cultura orale e civiltà della scrittura*, Laterza, Bari 1973.

Hilbert D., *Ricerche sui fondamenti della matematica*, a cura di V.M Abrusci, Bibliopolis, Napoli, 1978.

Husserl E., *La crisi delle scienze europee e la fenomenologia trascendentale, Il Saggiatore*, Milano, 2008.

Janik, A., Toulmin, S. *La grande Vienna*, Garzanti, Milano, 1975.

Kant I., *Critica della Ragion Pura*, tr. it. di Pietro Chiodi, TEA, Milano, 1996.

Kilani M., *L'invenzione dell'altro: saggio sul discorso antropologico*, Dedalo, Bari, 1997.

Kline K., *Storia del pensiero matematico*, Einaudi, Torino, 1999.

Kreisel G., *Wittgenstein's Remarks on Foundations of Mathematics*, «British Journal of Phililosophy of Science», 1958, pp. 143-44.

Lolli G., *Capire una dimostrazione: il ruolo della logica nella matematica*, Il Mulino, Bologna, 1988.

Lolli G., *Dagli insiemi ai numeri*, Bollati Boringhieri, 1994.

Malinowski B., *Argonauti del Pacifico Occidentale: riti magici e vita quotidiana nella società primitiva*. Newton Compton, Roma, 1973.

Mangione C., Bozzi S., *Storia della Logica*, Milano, Garzanti, 1993.

McGinn M., *Between Methapysics and Nonsense: Elucidation in Wittgenstein's 'Tractatus'*, in *'The Philosopical Quarterly'*, vol. 49, n.197 (1999).

Micheletti M., *Lo schopenhauerismo di Ludwig Wittgenstein*, Padova, 1973.

Monk R., *Wittgenstein: il dovere di un genio*, Bompiani, 2000, Milano.

Ong W.G., *Oralità e Scrittura*, trad. it. Il Mulino, Bologna, 1986.

Penco C., *Matematica e gioco linguistico*, Le Monnier, Firenze, 1981.

Platone, *Fedone*, in Opere Complete vol. I, Laterza, Roma-Bari, 1974.

Platone, *Gorgia*,, tr. it. G. Zanetto, BUR, Milano, 1994.

Platone, *Menone*, tr. it. Giovanni Reale, Editrice La Scuola, Brescia, 1986.

Perissinotto L., *Logica e immagine del mondo: studio su Über Gewissheit di L. Wittgenstein,* Guerini, 1991, Milano.

Reck E. H., *Wittgenstein's 'Great Debt' to Frege*, in E.H. Reck, *From Frege to Wittgenstein, Perspective on Early Analytic Philosophy*, Oxford University Press, 2002.

Russell B., *I Princìpi della matematica,* Newton Compton Editore, Roma, 1989.

Shanker S.G., *Wittgenstein and the turning point in the philosophy of mathematics*, State University of New York Press, 1987.

Sini C., *Wittgenstein e l'immagine*, in Appendice a *I segni dell'anima*, La Terza, Bari, 1999.

Sini C., *Etica della Scrittura*, Il Saggiatore, Milano, 1992.

Sini C., *Scrivere il silenzio: Wittgenstein e il problema del linguaggio*, Egea, Milano, 1994.

Stroud B., *Wittgenstein e la necessità logica*, in in «The Philosophical Review», 74 (1965), pp. 504-518.

Trabattoni F., *Scrivere nell'anima: Verità, Dialettica e Persuasione in Platone*, La Nuova Italia, Firenze, 1994.

White N.P., *Plato on Knowledge and Reality*, Indianapolis, 1979.

Zellini P., *Breve Storia dell'infinito*, Adelphi, 1980.

INDICE