

Logica

Graham Priest

[Codice Edizioni, Torino 2012]

recensione a cura di Matilde Aliffi

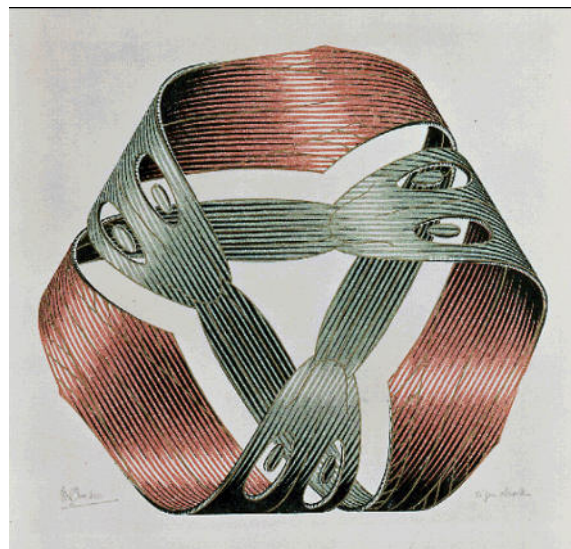


Figura 1: Möbius Strip I, 1961, Escher

Può una proposizione essere contemporaneamente vera e falsa? Graham Priest, logico inglese professore all'università di Melbourne, afferma che in alcune particolari proposizioni questo è possibile. Come in un nastro di Möbius a causa di una torsione la parte interna del nastro diventa esterna, e quella esterna interna, così in alcuni enunciati il vero e il falso sembrano tramutarsi l'uno nell'altro (cfr. Priest 2012, p. 46); proposizioni come «Questa frase che sto pronunciando è falsa», infatti, sembrano essere sia vere che false, poiché, come si nota, se la proposizione è vera, essa allora dev'essere falsa, ma se è falsa, allora è vera. Accettare tuttavia che una proposizione possa essere sia vera sia falsa significa ammettere delle contraddizioni, e questo genera numerosi problemi.

Che fare, per esempio, del *principio di non contraddizione* e della *legge del terzo escluso*?

Questa «faccenda molto ingarbugliata» (Priest 2012, p. 53) ed altri problemi sono trattati in *Logica*, agevole testo edito da Codice Edizioni, traduzione di *Logic. A Very Short Introduction* (Oxford University Press, 2000). Il libro è breve, chiaro e discorsivo, capace di avvicinare il lettore ai problemi principali della logica moderna evitando tecnicismi, o notazioni complesse. Autoreferenza, vaghezza, logica *fuzzy* e teoria delle decisioni sono alcuni dei temi trattati, che vengono presentati anche attraverso riferimenti classici e letterari, e un accurato uso delle immagini. Il tentativo di Priest è quello di dimostrare che la logica è una materia viva, in evoluzione, e per questo solleva questioni e problemi, senza pretendere di presentare una visione definitiva della materia. Al libro non compete fornire risposte, ma problemi, che involino il lettore curioso ad approfondire le questioni che più lo hanno interessato. Per questo nell'appendice del testo Priest fornisce anche dei rimandi utili a letture più approfondite e inserisce anche alcuni esercizi risolti.

Nonostante ciò, questo libro non si può considerare propriamente una introduzione allo studio della logica, poiché la prospettiva seguita non è quella classica. La legge di non contraddizione (LNC), secondo la quale ogni proposizione non può essere contemporaneamente vera e falsa, e la legge del terzo escluso (LTE), che afferma che il valore di verità di una proposizione è sempre opposto a quello della proposizione contraddittoria, infatti, dopo essere state presentate nei primi capitoli vengono messe in dubbio a seguito dell'analisi dei paradossi basati sull'autoreferenza e sulla vaghezza.

Come si è visto, infatti, nel caso dell'enunciato «questa frase che sto pronunciando è falsa» sembra non sia possibile sottrarsi da una continua alternanza tra V e F.

Tuttavia Priest, invece di cercare di eliminare la contraddizione in esso presente, si limita a riconoscere la presenza della contraddizione, e ad accettare il paradosso come un dato di fatto. Dunque «assumiamo che, in qualsiasi situazione, ogni proposizione può essere vera ma non falsa, falsa ma non vera, sia vera sia falsa, né vera né falsa» afferma Priest (2012, p. 49), ammettendo quindi che ci possano essere delle lacune di valori di verità (*truth-value gaps*), nel caso di una proposizione né vera né falsa, e una situazione invece in cui ci siano eccessi di valori di verità (*truth-value gluts*), come nel caso di una proposizione sia vera che falsa. La legge del terzo escluso e la legge di non contraddizione quindi sono violate, e in questo risiede la principale differenza tra la logica classica e quella non classica.

Secondo Graham Priest infatti, nel linguaggio naturale esistono vere contraddizioni, chiamate “dialetheie”, dal greco *dialétheia*, ossia “doppia verità”. Una *dialétheia* è secondo Priest una affermazione vera della forma « α e non è il ca-

so che α ». (cfr. Priest 2006b, p. 4). Priest infatti rappresenta uno dei principali esperti mondiali del dialeteismo, ossia di una concezione che ammette l'esistenza di enunciati che siano contemporaneamente veri e falsi, e così questo testo, anche se privo di un diretto riferimento al dialeteismo, si può considerare perfettamente inscritto in questa prospettiva.

La violazione della LNC tuttavia comporta numerosi problemi; già Aristotele avvertiva infatti nel quarto libro della *Metafisica* che chi nega il principio di non contraddizione non riesce più a dire nulla, perché disdice tutto quello che dice, e non gli è quindi più possibile pensare. «E se non sostiene nulla, ma crede e non crede in egual modo, che differenza ci sarà tra lui e le piante?» (Aristotele, *Met. IV*, p. 52). Priest tuttavia non afferma che tutto sia contemporaneamente vero e falso, ma che esistono solo *alcune* contraddizioni. La difficoltà del dialeteista consiste allora nel mostrare come sia possibile accettarne solo alcune (cfr. D'Agostini 2011, pp. 148–158). Il problema è quello classico dell'«esplosione», ossia del fatto che se si accetta una contraddizione $p \wedge \neg p$, sembra poi possibile derivare qualsiasi cosa, e quindi la logica sembra esplodere, perché tutto diventa vero. Infatti, se $p \wedge \neg p$ è vera, lo è anche p , e quindi qualsiasi disgiunzione $p \vee q$ in cui p è vera. Ma secondo la logica classica, data una disgiunzione vera, e la negazione di un congiunto ($\neg p$), ne segue la verità dell'altro disgiunto. Ma a questo punto qualsiasi falsità potrebbe essere dimostrata, da una contraddizione quindi si potrebbe derivare qualsiasi proposizione, e la logica potrebbe esplodere (cfr. D'Agostini 2011, pp. 153–154).

In *Logica* Priest risponde a questo tipo di obiezione affermando che il sillogismo disgiuntivo funziona solo nel caso in cui se p è vero, $\neg p$ è falso. Ammettendo una violazione del principio di non contraddizione cambia infatti anche il modo di intendere la negazione. Secondo le regole classiche la verità di $\neg r$ esclude la verità di r , mentre invece nella prospettiva dialeteista «la verità di $\neg r$ non esclude quella di r . Ciò avverrebbe solo nel caso in cui fosse impossibile per una proposizione essere sia vera, sia falsa». L'esempio presentato nel testo è il seguente:

La regina è ricca o i maiali possono volare	La regina non è ricca
I maiali possono volare	

In simboli:

$$\frac{r \vee m \quad \neg r}{m}$$

Questa inferenza nella prospettiva classica è valida poiché non si dà il caso in cui entrambe le premesse sono vere e la conclusione invece è falsa, come è reso evidente da questa tavola di verità (cfr. Priest 2012, p. 19):

Se invece accettiamo che r è sia vero che falso allora $\neg r$ non esclude la verità di r e quindi il ragionamento non può considerarsi valido. Infatti nella prospettiva dialeteista la contraddizione non è né priva di contenuto, come sostenuto per

<i>r</i>	<i>m</i>	$r \vee m$	$\neg r$	<i>m</i>
V	V	V	F	V
V	F	V	F	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	F

esempio da Aristotele, né ha un contenuto totale nel senso della complementazione, come sostenuto dalla logica intuizionista; la contraddizione possiede invece un contenuto parziale, né nullo né totale (Priest 2006a, p. 31).

In *Logica* sono inoltre trattati altri paradossi come quelli del *sorite*, che si generano quando il predicato utilizzato è vago, ossia quando la sua applicabilità è tollerante a modifiche piccole (cfr. Priest 2012, p. 95). Predicati come «essere un mucchio» o «essere alto» oppure «essere giovane» non hanno infatti confini precisi. Dato un mucchio di sabbia, infatti, se si elimina un granello dal mucchio avremo ancora un mucchio, e così se si elimina anche un altro granello. Tuttavia, eliminando ancora un granello, e poi ancora uno, il mucchio diventerà sempre più piccolo, finché rimarrà un solo granello di sabbia. È ancora un mucchio, quando rimane un solo granello? E se un solo granello non è un mucchio, allora in quale momento quel mucchio iniziale non è più un mucchio?

Il paradosso del sorite ha quindi questa struttura:

$$\frac{\frac{a_0 \quad a_0 \rightarrow a_1}{a_1} \quad a_1 \rightarrow a_2}{a_2} \quad \dots$$

$$\frac{\dots \quad \dots}{a_{k-1}} \quad a_{k-1} \rightarrow a_k$$

$$a_k$$

La risposta data da Priest a questo problema è l'uso della logica *fuzzy*. Questi predicati enunciano proprietà che gradualmente si dissolvono, così come il valore di verità di «Jack è giovane» si trasforma gradualmente dal vero al falso. Questi gradi possono essere misurati con numeri compresi tra 0 e 1, dove 0 è la completa falsità e 1 la completa verità. Con l'avanzare del tempo, il valore di verità di «Jack è giovane», cui prima avevamo attribuito il valore 1, lentamente diminuisce, fino ad arrivare a 0.

a	¬a
1	0
0,75	0,25
0,5	0,5
0,25	0,75
0	1

Mentre per la logica classica una congiunzione $p \wedge q$ è vera, ossia ha valore 1, solo se entrambi p e q hanno valore 1, nella logica *fuzzy* se p e q hanno valori

intermedi, la congiunzione ha il valore minimo. Così, anche il condizionale, se l'antecedente è meno vero del conseguente, è completamente vero. Mentre, se l'antecedente è più vero del conseguente, il condizionale è pari a 1 diminuito della differenza tra i due valori di verità. In simboli:

$$\text{Se } |a| \leq |b|: |a \rightarrow b| = 1$$

$$\text{Se } |b| < |a|: |a \rightarrow b| = 1 - (|a| - |b|)$$

Una proposizione per Priest è vera in una situazione se e solo se il suo valore di verità è almeno pari ad un certo livello di accettabilità, chiamato, per esempio, ϵ . Esso funge da standard epistemico, fissando quindi il limite a partire dal quale un enunciato è considerato vero. Quale sia il valore esatto di ϵ può essere stabilito dal contesto.

Con la logica *fuzzy* Priest riesce mostrare che il paradosso non regge. Infatti, se si considera la proposizione «Jack è un bambino dopo n secondi», e suppone che il bambino cresca in soli quattro secondi, si avrà una questo registro di valori di verità, dove a_n è la proposizione al secondo n -esimo.

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
1	0,75	0,5	0,25	0

Il *modus ponens*, ossia $p \rightarrow q, p \vdash q$, alla base della catena di inferenze che costituisce il paradosso è valido solo se la soglia di accettabilità fissata ϵ è uguale a 1, poiché:

$$|a| = 1, \text{ e } |a| \leq |b|, \text{ da cui segue che } |b| = 1$$

Tuttavia nell'esempio preso qui in considerazione, come fa notare Priest, ciascun condizionale che funge da premessa nel *modus ponens* ha valore inferiore a 1. Infatti $a_0 \rightarrow a_1$ ha valore 0,75, infatti $a_1 < a_0$ e quindi $1 - (1 - 0,75) = 0,75$. Anche fissando una soglia di accettabilità ϵ pari a 0,75 l'argomento non funziona, infatti sia a_1 che $a_1 \rightarrow a_2$ hanno valore 0,75, e quindi secondo il nostro standard epistemico sono veri, tuttavia a_2 ha come valore 0,5, che è minore di ϵ . La conclusione quindi non è vera, e l'inferenza non è valida.

I problemi che questo approccio genera comunque non sono pochi. Innanzitutto nelle situazioni di confine, dove a e $\neg a$ hanno valori di verità coincidenti, è possibile che si abbia quindi una *dialétheia* (cfr. D'Agostini 2011, p. 170). Inoltre, come afferma Priest a conclusione del capitolo trattato, qualsiasi valore di ϵ si scelga, esso è completamente arbitrario, e il problema della vaghezza anche in questa nuova formulazione non può dirsi risolto, ma solo spostato. Infatti, quando una proposizione come «Jack è un bambino» modifica il suo valore di verità, passando da 1 ad un valore minore di 1? La questione rimane aperta.

Questi sono solo alcuni degli argomenti trattati in *Logica*, libro composto da quattordici capitoli, ognuno dei quali destinato ad un tema specifico. Non un

manuale, quindi, ma un'introduzione alla profondità delle questioni della logica moderna, che mira a porre più interrogativi che risposte. Un libro utile per chi voglia lasciarsi appassionare dalla logica, in particolare dai suoi ultimi sviluppi, in un modo divertente e ricco di stimoli.



Riferimenti bibliografici

Aristotele. *Il principio di non contraddizione. Libro quarto della Metafisica*. A cura di Emanuele Severino. Brescia: La scuola 2001.

D'Agostini, Franca (2011). *Introduzione alla verità*. Torino: Bollati Boringhieri.

Priest, Graham (2006a). *Doubt truth to be a Liar*. Oxford: Oxford Scholarship Online.

— (2006b). *In contradiction*. New York: Oxford University Press.

— (2012). *Logica*. Torino: Codice Edizioni.

