Patrocinata dal 2011 dalla
*Società Italiana di Filosofia Analitica*

ISSN 2037-4445 ©
*http://www.rifanalitica.it*



# Che cos'è una Contraddizione

**Francesco Berto e Lorenzo Bottai**

[Carocci editore, Roma 2015]

*recensione a cura di Marco Grossi*

"*Che cos'è una Contraddizione*" è un libro raro. Raro perché fa una cosa difficilissima: riesce ad essere divulgativo trattando di questioni complicate. Sempre, quando ci si trova a scrivere un libro di divulgazione, ci si trova davanti ad un apparente *trade-off*: più scrivo semplice e mi faccio capire, più il contenuto sarà banale, più il contenuto è interessante e specifico, più sarò ostico e incomprensibile. Il trucco sta nel saper bilanciare le due cose: esser semplici, senza esser banali. In questo libro, i due autori Francesco Berto e Lorenzo Bottai ci son riusciti pienamente. La cosa è ancora più strana, se si pensa che stanno trattando di logica: materia notoriamente ostica, già di per sé.

Questo libro parla di contraddizioni e paradossi. Per prima cosa: cosa è esattamente una contraddizione? Il primo capitolo ne esplora il concetto: la formulazione standard di una contraddizione è $P\&\neg P$, dove $P$ sta per un qualsiasi enunciato completo e interpretato, tipo "$2+2=4$". Ma oltre a questa definizione, ce ne sono altre. Si può parlare di contraddizione semantica: in tal caso, una contraddizione è che $P$ sia vero e falso. O che sia vero che $P$ e vero che $\neg P$. Oppure si può parlare di contraddizione metafisica: in tal caso, si parla di un oggetto che soddisfa proprietà contradditorie.

Perché le contraddizioni fanno così paura ai logici? Perché i paradossi sono assolutamente da evitare? La risposta la si trova nel capitolo 2, sulla "detonazione": le contraddizioni sono, normalmente, qualcosa di "esplosivo": se in un sistema una contraddizione è vera, allora all'interno di quel sistema tutto è dimostrabile. Si dice dunque che il sistema diventa "triviale", perché in esso ogni enunciato è vero. In termini più tecnici, il seguente è un teorema della logica classica: '$P\&\neg P \rightarrow Q$', dove $Q$ è un enunciato arbitrario. Oppure, che è lo stesso, in logica classica questa è una inferenza valida: '$P\&\neg P \models Q$'. Da una contraddizione segue qualsiasi cosa. Come mai? La dimostrazione è di una semplicità


**Autore**. Marco Grossi, 10marcogrossi@gmail.com.

disarmante: assumete $P\&\neg P$. Per eliminazione della congiunzione, ottenete rispettivamente $P$ e $\neg P$. Per introduzione della disgiunzione, ottenete $P \vee Q$. Per il sillogismo disgiuntivo, da $P \vee Q$ e $\neg P$ inferite $Q$. QED

Gli autori fanno notare che, se si accetta questa inferenza, ogni sistema contradditorio è anche triviale. Lo slogan è: se accetti una contraddizione, le devi accettare tutte (ricordate che $Q$ è un qualsiasi enunciato; quindi, può essere anche una qualsiasi contraddizione). Ecco spiegato perché i paradossi non piacciono ai filosofi: fanno esplodere il sistema. Per questo motivo, l'inferenza da una contraddizione ad un enunciato arbitrario viene anche chiamato "principio di esplosione".

Le critiche al principio di esplosione non sono poche: non a caso, $P\&\neg P \rightarrow Q$ è considerato uno dei cosiddetti "paradossi dell'implicazione materiale", data la sua stranezza semantica. Normalmente, infatti, non diremmo che se ora sono in piedi e sono seduto allora gli asini volano. Eppure, la dimostrazione sembra molto solida. Ricapitolando, essa usa tre principi: eliminazione della congiunzione, introduzione della disgiunzione e sillogismo disgiuntivo. Per evitare l'esplosione, dunque, occorrerà negare uno di questi tre principi di inferenza. È impresa disperata attaccare i primi due, e quindi di solito si attacca il sillogismo disgiuntivo. Questo principio di inferenza è però molto utilizzato nella vita di tutti i giorni, e forse addirittura dagli animali: immaginate un cane che sta fiutando la preda, arriva ad una diramazione. Vede che nel secondo sentiero la strada è bloccata, e imbocca il primo. Cosa ha appena fatto? In modo probabilmente inconscio, ha ragionato così: la preda è o nel primo o nel secondo sentiero. Ma non può esser nel secondo, perché la strada è bloccata, dunque è nel primo. Al di là della intuitività del principio in questione, c'è anche un grosso problema tecnico, che rende molto dispendioso sbarazzarsi del sillogismo disgiuntivo: il principio, infatti, è anche chiamato *modus tollendo ponens*, perché "togliendo" qualcosa ($\neg P$) pone qualcos'altro ($Q$). Formalmente, si scrive così: $P \vee Q$; $\neg P$, quindi $Q$.

Ora, in logica classica sono valide un certo tipo di trasformazioni, per cui si può trasformare una formula in un'altra. Basta rispettarne le tavole di verità. È semplicissimo: prendete il condizionale materiale "$\rightarrow$", esso ha questa tavola di verità:

| $A$ | $\rightarrow$ | $B$ |
|---|---|---|
| $V$ | $V$ | $V$ |
| $V$ | $F$ | $F$ |
| $F$ | $V$ | $V$ |
| $F$ | $V$ | $F$ |

Come si può notare, il condizionale è falso se solo se l'antecedente è vero e il conseguente è falso. Intuitivamente, questo rispecchia l'idea per cui la verità dell'antecedente di un condizionale "assicura" la verità del conseguente. Ora, però, notate che questa tavola è equivalente a quella sopra:

| $(\neg$ | $P$ | $\vee$ | $Q)$ |
|---|---|---|---|
| $F$ | $V$ | $V$ | $V$ |
| $F$ | $V$ | $F$ | $F$ |
| $V$ | $F$ | $V$ | $V$ |
| $V$ | $F$ | $V$ | $F$ |

Questo vuol dire che la nuova tavola dice cose uguali in modo diverso: questa dice che o l'antecedente è falso, o il conseguente è vero. Da questa tavola, però, si può dimostrare che il sillogismo disgiuntivo è equivalente ad un ben più importane principio: il *modus ponens*. Il *modus ponens* è considerato il principio base, ed è quello che dice che se è vero che se $A$ allora $B$, e si dà il caso che $A$ sia vero, allora anche $B$ è vero. La dimostrazione dell'equivalenza è la seguente: si è mostrato prima che $P \rightarrow Q$ è equivalente a $\neg P \vee Q$. Il sillogismo disgiuntivo, ricordate, è il seguente: $P \vee Q$; $\neg P$, quindi $Q$. Ma $P \vee Q$ è equivalente a $\neg P \rightarrow Q$. Dunque, l'inferenza si può riscrivere così: $\neg P \rightarrow Q$; $\neg P$, quindi $Q$. Questo è un esempio di *Modus Ponens*.

Nonostante le insidie dell'abbandono del sillogismo disgiuntivo, si sono sviluppate recentemente delle logiche chiamate "paraconsistenti", in cui si tenta di rendere "inesplosive" le contraddizioni. In poche parole, in queste logiche passare da una contraddizione ad un enunciato arbitrario non è una inferenza valida. Nel libro se ne discutono svariati esempi: in particolare si tratta di logiche non-aggiuntive, logica del paradosso di Priest, logiche positive-plus e logiche della rilevanza.

Partiamo dalle prime, trattate nel capitolo terzo: le logiche non aggiuntive sono logiche in cui dalla verità di $A$ e dalla verità di $B$ non si può passare alla verità di $A \& B$. Da qui il termine "non aggiuntivo". È un po' come se le verità del mondo se ne stiano atomizzate, e non possano fondersi tra di loro. Logiche del genere sono utili per mimare le discussioni tra le persone, ed effettivamente il primo esempio di tali logiche, elaborato da Jaskowski, (1979), serviva proprio a questo. Possiamo infatti modellare una discussione come un incontro tra due mondi diversi, incompatibili tra di loro. Lo scopo del gioco è riuscire a costruire un mondo condiviso, che sia coerente. I "mondi" rappresentano le idee e opinioni di ciascun parlante. Quando si è in disaccordo su qualcosa, significa che ci sono dei "fatti" in mondi diversi incompatibili tra di loro. Per poter riuscire a discutere nonostante queste incompatibilità, i fatti di ciascun mondo non si possono "fondere" tra di loro, con la congiunzione classica: di qui la regola di non aggiunzione. Ad esempio, se nel mio mondo è vero che $A$ e nel tuo è vero che $\neg A$, non possiamo fondere i nostri mondi, altrimenti avremmo che $A \& \neg A$, e questo violerebbe le "regole del gioco", che proibiscono l'incoerenza. Si può già capire come mai le logiche non aggiuntive siano utili ad evitare il principio di esplosione: ora il fatto che si possa inferire $P$ e $\neg P$ dal nostro discorso condiviso non è sufficiente per poter inferire che $P \& \neg P$, ma solo che $P$ si dà in qualche mondo, e $\neg P$ si dà in qualche mondo. Nessuna contraddizione in questo. Certamente, da $P$ posso inferire che $P \vee Q$, ma non posso poi usare $\neg P$ per derivare $Q$, almeno che $\neg P$ si dia nello stesso mondo di $P$. Notate che, in un certo senso, non si è evitato il principio di esplosione: se in un mondo di un parlante fosse vero che $P \& \neg P$, allora quel mondo sarebbe effettivamente triviale. Ma tal mondo è, per così dire, scartato fin dal principio dalle regole del gioco, che ci impongono di evitare le incoerenze, e che quindi squalifica automaticamente un parlante nel casi in cui il suo mondo sia incoerente.

La logica dialeteista forse più famosa, tuttavia, è sicuramente quella di Graham Priest, chiamata "logica del paradosso" (LP). Essa è trattata nel capitolo quinto. In LP, ci sono 3 valori di verità: vero; falso; vero e falso. Di solito vengono indicati rispettivamente da 1; 0; 1, 0. Una contraddizione può avere valore "vero e falso". Per poter far "spazio" al nuovo valore di verità, occorre cambiare le tavole di verità. Questa è la proposta di Priest:

| $A$ | $\neg A$ |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |
| 1, 0 | 1, 0 |

| $A$ | $B$ | $A \wedge B$ | $A \vee B$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1, 0 | 1, 0 | 1 |
| 0 | 1, 0 | 0 | 1, 0 |
| 1, 0 | 1 | 1, 0 | 1 |
| 1, 0 | 0 | 0 | 1, 0 |
| 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 |

La tavola della negazione è semplice: è quella classica con l'aggiunta della clausola per cui, quando un enunciato è paradossale, lo è anche la sua negazione. L'altra tavola è quella più intrigante. L'idea con cui è costruita è spiegata in modo efficace dagli autori in questo modo: immaginate di "ordinare" i valori di verità. 1 è il massimo, 0 è il minimo, e 1, 0 è "a metà". La disgiunzione tra due o più enunciati ha sempre come valore il valore minimo tra i suoi componenti, laddove la congiunzione ha quello massimo. Quindi, ad esempio, se $A$ è 1 e $B$ è 1, 0, $A \vee B$ ha valore 1, $A \& B$ ha valore 1, 0.

Come fa LP ad evitare il principio di esplosione? Molto semplice: prendete il sillogismo disgiuntivo, per esempio; esso fa leva sul fatto che è sempre falso che $P \& \neg P$. Quindi, se ho $P \vee Q$ e $\neg P$, posso sicuramente star certo che non è vero che $P$, e dato che $P \vee Q$ ha bisogno di almeno un disgiunto per esser vero, e quel disgiunto non può essere $P$, posso inferire che il il disgiunto vero sia $Q$. Ma seguendo ora le tavole di verità di Priest, in LP le cose cambiano: può darsi che $\neg P$ sia sì vero, ma anche falso. In tal caso, anche $P$ sarà sia vero che falso, e quindi anche vero, e ciò basterebbe a render almeno vero $P \vee Q$. In particolare, posto che $P$ sia paradossale, mal che vada la disgiunzione sarebbe paradossale, e sicuramente non solamente falsa.

Il principio di esplosione è disinnescato: cosa comporta? Intanto non è più necessario evitare che certi paradossi siano veri. Ad esempio, prendete il paradosso del mentitore:

(1) (1) è falso.

Se (1) è vero, allora è vero che (1) è falso, quindi è falso. Se (1) è falso allora è falso che (1) è falso, quindi (1) è vero. Quindi (1) è falso se e solo se (1) è vero. Questo paradosso, fin dall'antichità, ha travagliato le menti dei filosofi. La "soluzione" di Priest è la seguente: e se non ci fosse nulla di sbagliato in (1)? Al posto di evitare in qualche modo che (1) sia contraddittorio, o che si possa costruirlo all'interno del nostro sistema, perché invece non accettare semplicemente che (1) ci sia, e sia paradossale? In LP si può, senza far esplodere il sistema. In sintesi, il punto di Priest è che, nel momento in cui si "disinnesca" il meccanismo di trivializzazione delle contraddizioni, si possono semplicemente accettare enunciati come (1). In un certo senso, la soluzione è che non c'è soluzione al mentitore![1]

Quali sono le problematiche di LP? Intanto LP non riesce a disinnescare tutti i paradossi. Ci sono i cosiddetti "*revenge liars*", dei paradossi che sono immuni a svariate soluzioni al principio di esplosione. Sono un po' come dei batteri farmaco-resistenti, che neanche il più forte antibiotico sembra esser in grado di debellare. Uno dei più insidiosi che gli autori citano è il cosiddetto paradosso di Curry:

(2) Se (2) è vero allora $Q$.

Se (2) è vero, allora il condizionale è vero, quindi l'antecedente è vero, e quindi ha da esserlo anche il conseguente. Se (2) fosse falso, allora il condizionale avrebbe da esser falso, ma questo è impossibile, perché l'antecedente sarebbe falso, e quindi automaticamente l'intero condizionale sarebbe vero. Quindi, in ogni caso, il condizionale è vero e quindi $Q$ è vero. LP non riesce a disinnescare (2), perché in LP il condizionale si comporta in modo classico, e quindi (2) trivializza il sistema. Un secondo, grosso problema di LP è che in essa il *modus*

[1] Priest ha raffinato negli anni la sua teoria. Il primo esempio di LP è in Priest, (1979). Una lunga giusticazione filosofica de suo progetto si trova in Priest, (2005, 2006). Per una difesa dell'approccio paraconsistente al paradosso del mentitore, un classico è Beall, (2003).

*ponens* non è una inferenza valida, e il *modus ponens* è, come abbiamo detto, forse il miglior principio di inferenza che abbiamo.

Il libro di Berto e Bottai si conclude in modo aporetico, per così dire: il campo delle logiche paraconsistenti è in continua espansione, e si spera che nascano nuovi modelli che sopperiscano alle carenze degli attuali. Le logiche paraconsistenti hanno trovato utilizzo nei campi più svariati, ed hanno avuto un vero e proprio "boom" in questi ultimi anni. Gli autori non ne parlano diffusamente, ma, anche al di là della filosofia, le loro affascinanti applicazioni sono innumerevoli. Per esempio: possono esser usate per modellare il nostro sistema di credenze, dato che probabilmente abbiamo (senza accorgercene) delle credenze incompatibili tra di loro (Tanaka, (2005); Girard e Tanaka, (2016)); sono utili in intelligenza artificiale (Akama, 2016), ad esempio per il "*quantum computing*" (Agudelo e Carnielli, 2009); si tenta di applicarle in fisica quantistica, per modellare il concetto di super-imposizione di stato (Da Costa e De Ronde, (2013); De Ronde, (2015)); offrono nuovi modi di risolvere i paradossi del mentitore e altri, come quelli del sorite, riguardo al concetto di vaghezza (Priest, (2005); Beall, (2003)). Questo libro permette al lettore anche meno ferrato e senza strumenti formali di farsi una opinione chiara e informata su questo affascinante campo della logica.

## Riferimenti bibliografici

Agudelo, Juan C. e Walter Carnielli (2009). "Paraconsistent machines and their relation to quantum computing". In: *Journal of Logic and Computation* 20.2, pp. 573–595.

Akama, Seiki (ed.) (2016). *Towards Paraconsistent Engineering*. A cura di Seiki Akama. Intelligent Systems Reference Library 110. Dordrecht: Springer.

Beall, J.C. (ed.) (2003). *Liars and Heaps: New Essays on Paradox*. A cura di J.C. Beall. Oxford: Oxford University Press.

Berto, Francesco e Lorenzo Bottai (2015). *Che cos'è una Contraddizione*. Roma: Carocci editore.

Da Costa, N. e Christian De Ronde (2013). "The Paraconsistent Logic of Quantum Superpositions". In: *Foundations of Physics* 43.7, pp. 845–858.

De Ronde, Christian (2015). "Epistemological and Ontological Paraconsistency in Quantum Mechanics: For and Against Bohrian Philosophy". In: *The Road to Universal Logic*. Springer International Publishing, pp. 589–604.

Girard, Patrick e Koji Tanaka (2016). "Paraconsistent Dynamics". In: *Synthese* 193.1, pp. 1–14.

Jaskowski, Stanislaw (1979). "Calcolo delle proposizioni per sistemi deduttivi contraddittori". In: *La formalizzazione della dialettica. Hegel, Marx e la logica contemporanea*. A cura di Diego Marconi. Torino: Rosenberg & Sellier, pp. 281–303.

Priest, Graham (1979). "The logic of paradox". In: *Journal of Philosophical Logic* 8.1, pp. 219–241.

— (2005). *Doubt Truth to Be a Liar*. Oxford: Oxford University Press.

— (2006). *In Contradiction: A Study of the Transconsistent*. Oxford: Oxford University Press.

Tanaka, Koji (2005). "The AGM Theory and Inconsistent Belief Change". In: *Logique et Analyse* 48.189-192, pp. 113–150.